Список використаних джерел:

1. Воеводин В. В. Линейная алгебра. С.-Петербург.: Лань, 2008. 416 с.
2. Тыртышников Е. Е. Матричный анализ и линейная алгебра. М.: Физматлит, 2007. 480 с.
3. Уоткинс Д. Основы матричных вычислений. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2006. 664 с.
4. Недашковський М. О., Ковальчук О. Я. Обчислення з λ-матрицями. К.: Наукова думка, 2007. 294 с.
5. Цегелик Г. Г. Чисельні методи. Л.: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2004. 408 с.
6. Шахно С. М. Чисельні методи лінійної алгебри. Л.: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2007. 245 с.
7. Семчишин Л. М. Програмна реалізація методу відсічених систем і процедури лінійної алгебри в середовищі MATLAB в кн.: *Вісник Тернопільського національного технічного університету.* Тернопіль, 2012. №1 (65). С. 169–181.

New approach to the severance system method solution is suggested in the work. Showing recurrence relations for solving numerical systems of linear algebraic equations. The system of linear algebraic equation with numerical elements is characterized. Comparative characteristic of SLAR with numerical elements is conducted and the linear algebraic testing procedure in the MatLab environment is described.

Key words: *severance system, system of linear algebraic equotins with numerical elements, linear algebraic procedure.*

Одержано 15.02.2017

УДК 519.9

І. В. Сергієнко, д-р. фіз.-мат. наук, професор, академік НАН України,
В. К. Задірака, д-р. фіз.-мат. наук, професор, академік НАН України,
І. В. Швідченко, канд. фіз.-мат. наук

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України, м. Київ

НАУКОВА ТЕМАТИКА МІЖНАРОДНИХ МАТЕМАТИЧНИХ ФОРУМІВ З ПИТАНЬ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБЧИСЛЕНЬ

Розглядаються основні етапи розвитку тематики з питань оптимізації обчислень.

Ключові слова: *теорія похибок, оптимальні алгоритми, інформаційні оператори, апріорна інформація, оптимізація обчислень.*

Вступ. На сьогоднішній день проведено сорок три міжнародних наукових форуми з питань оптимізації обчислень. XLIV-й присвячений 60-річчю від дня заснування Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України. Наукові форуми згуртовують навколо себе фахівців з обчислювальної і прикладної математики.

В Україні більше немає таких наукових колективів, які б провели стільки ж наукових математичних форумів. Це говорить про те, що напрям тематики був визначений вдало і в подальшому завжди відповідав основним актуальним проблемам в обчислювальній математиці.

Основні напрямки розвитку теорії обчислень.

1. Аналіз точності та ефективності обчислювальних алгоритмів.

Перший науковий форум відбувся в 1969 році. Ситуація на той час в обчислювальній математиці була така: кількість методів розв’язання типових задач стрімко зростала, а критеріїв їх порівняння не було. Тому зусилля фахівців з обчислювальної математики Інституту кібернетики направлені на розвиток теорії похибок обчислень. Зокрема, дуже важливо врахувати і оцінити всі джерела похибок, які реально супроводжують обчислювальний процес. Це принципово, так як при цьому з’являється можливість дати гарантію якості наближеного розв’язку задачі. Запропоновано загальні схеми оцінок повної похибки обчислювального алгоритму, яка складається з похибок: неусувної, методу та заокруглення [1].

Значна увага приділялась якості оцінок похибок та методам їх отримання [2].

Важлива проблема на даному етапі розвитку обчислювальної математики та техніки — це проблема розробки і дослідження методів організації обчислювальних робіт на ЕОМ, а також оцінки ефективності складних систем, оскільки створювались потужні обчислювальні центри з ЕОМ різної продуктивності. Для ефективного використання можливостей таких центрів потрібно було належним чином організувати і оцінити їх роботу [3].

2. Виявлення та уточнення апріорної інформації про задачу.

Апріорна інформація про задачу (гладкість вхідної інформації або розв’язку задачі, константи, які обмежують відповідні похідні, опуклість функцій, кількість точок перегину тощо) входить до алгоритму розв’язання задачі, а також в оцінки якості наближеного розв’язку. Вона використовується також для «занурення» задачі у більш вузький клас для покращення потенційної спроможності чисельного методу.

Якщо апріорна інформація неточна, то краще нею не користуватись, тому що на основі такої інформації можна отримати хибне уявлення про якість наближеного розв’язку задачі. Іншими словами, задача може бути розв’язана з потрібною якістю, але оцінки цього не покажуть. Щоб цього уникнути доцільно використовувати алгоритми виявлення та уточнення апріорної інформації про задачу [4, 5]. При цьому погіршиться оцінка складності алгоритму, але покращиться оцінка точності. Якщо ефект від зменшення кількості операцій неважко підрахувати, то ефект від покращення точності — важко. Останній може бути досить великий: дозволити уникнути різного роду катастроф; перевести задачу із розряду нерозв'язних до розряду розв'язних тощо. Отже, виявлення та уточнення апріорної інформації про задачу є резервом оптимізації обчислень, який може бути використаний у відповідних комп'ютерних технологіях розв'язання задач обчислювальної та прикладної математики.

3. Вибір інформаційного оператора.

Найчастіше використовується сітковий інформаційний оператор, тобто коли функція відома у вузлах сітки. Для задач апроксимації, чисельного інтегрування, математичної фізики, мінімізації функцій такий інформаційний оператор буде найкращим за точністю розв'язування відповідного класу задач. Але для інших класів задач ситуація інакша. Для розв'язування задачі Коші для системи диференціальних рівнянь, задач інерційної навігації найкращим буде інформаційний оператор, який задає середнє значення функції на елементарному відрізку; для розв'язування інтегральних рівнянь Фредгольма II роду найкращим буде оператор, що задає перші коефіцієнти розкладу функції в ряд Фур'є; для сканування морського дна найкращим буде інформаційний оператор, який задає інформацію на лініях, а для задач комп'ютерної томографії — на площинах.

Тобто для кожного класу задач існує найкращий інформаційний оператор у тому сенсі, що при його використанні похибка наближеного розв'язку задачі буде меншою. Вдалий підбір інформаційного оператора для задачі можна вважати одним з резервів оптимізації обчислень.

4. Оптимальні за точністю та швидкодією алгоритми.

Ця тематика почала розвиватись для типових класів задач обчислювальної математики з 1970 року. З 1972 року вона розглядається і на наших наукових форумах.

Одним з основних критеріїв оптимальності наближеного розв'язку задач може бути вимога його максимальної точності (чи мінімальної похибки) за даними ресурсами, які можна використовувати в процесі розв'язування задачі. В поняття ресурсу входять: кількість і точність вхідних даних задачі, вільна для використання пам'ять комп'ютера, ліміт часу обчислень на даному комп'ютері, наявний запас програмного забезпечення комп'ютера тощо.

Для побудови оптимальних алгоритмів розв'язання тих чи інших класів задач використовуються метод «капелюхів» М. С. Бахвалова та метод граничних функцій, який розроблений в Інституті кібернетики АН УРСР. Перший метод [6] використовується для оцінок знизу оптимальної оцінки [2], другий [2, 7] — для побудови оптимальних оцінок та оптимальних алгоритмів для більш вузьких класів задач (інтерполяційних [2]), які максимально використовують апріорну інформацію про задачу.

Звуження класу задач дозволяє покращити (не збільшити) оптимальну оцінку, в порівнянні з стандартним підходом, але за рахунок погіршення оцінок складності. Це також є резервом оптимізації обчислень.

Оптимізація за швидкодією алгоритмів конче потрібна, наприклад, коли треба забезпечити розв’язування задач у реальному часі, при розв’язуванні задач трансобчислювальної складності та в інших ситуаціях.

В цій проблематиці для конструювання швидких алгоритмів широко використовується: теорія швидких ортогональних перетворень, методи паралельної математики, комп’ютерна арифметика багаторозрядних чисел [8], спеціалізовані обчислювачі (вибір архітектури комп’ютера, що краще узгоджується з обчислювальним алгоритмом розв’язання задач даного класу).

5. Моделі обчислень.

Більшість оцінок складності обчислювальних алгоритмів при розв’язуванні певних класів задач отримано для послідовної та паралельної моделей обчислень. Відомо, що оцінка складності залежить від використовуваної моделі обчислень. Є такі приклади, коли оцінки суттєво відрізняються в різних моделях обчислень, а є випадки, коли оцінки не відрізняються за порядком.

Наприклад, для розв’язання задачі факторизації чисел оцінка складності в послідовній моделі обчислень експоненційна (від довжини числа), а у квантовій моделі обчислень — поліноміальна. Хоча інші задачі (наприклад, пакування ранця, розв’язання нелінійних булевих рівнянь) як були «складними» для послідовної моделі обчислень, так і лишились «складними» для квантової моделі обчислень.

Тобто вибір моделі обчислень може слугувати резервом оптимізації обчислень.

6. Комп’ютерні технології розв’язання задач прикладної та обчислювальної математики з заданими значеннями характеристик якості за точністю та швидкодією.

Викладені вище резерви оптимізації обчислень, а також теорія похибок обчислень використовуються в сучасних комп’ютерних технологіях знаходження ε-розв’язку задач за заданий комп’ютерний час [9].

Технологія, в залежності від отриманих проміжних результатів, підказує, як, користуючись оцінками похибок обчислень, оптимальними алгоритмами розв’язування задач та використовуючи інші резерви оптимізації обчислень, знайти обчислювальний алгоритм-програму [10], яка зможе або забезпечити на відповідному комп'ютері побудову розв'язку прикладної задачі із заданими обмеженнями на значення характеристик якості, або встановити, що його із вказаними властивостями для розв'язуваної задачі при заданій вхідній інформації на даний час не існує.

Потім, за допомогою розробленого або наявного з необхідними властивостями обчислювального алгоритму-програми обчислюється розв'язок прикладної задачі із заданими значеннями характеристик якості, використовуючи при цьому визначений комп'ютер та програмне забезпечення.

Тематика з розроблення відповідних комп'ютерних технологій почала розглядатись на наукових форумах з 2000 року.

Висновки. Викладені основні віхи розвитку тематики наукових форумів з питань оптимізації обчислень.

Актуальними основними напрямками досліджень на сьогодні є:

- подальший розвиток теорії похибок;
- розвиток загальної теорії оптимальних алгоритмів;
- розробка паралельних алгоритмів розв'язання типових задач обчислювальної математики;
- врахування неточності задання вхідної інформації;
- використання різних моделей обчислень;
- розроблення комп'ютерних технологій знаходження ε-розв'язків задач за заданий процесорний час конкретних типових класів задач прикладної та обчислювальної математики;
- використання хмарних технологій, особливо при розв'язанні задач трансобчислювальної складності;
- приклади розв'язання важливих прикладних задач.

Оргкомітет сподівається, що вказана тематика зацікавить молодих вчених, аспірантів та студентів і вони приєднаються до числа учасників наукових форумів з питань оптимізації обчислень.

Список використаних джерел:

1. Иванов В. В. Вопросы точности и эффективности вычислительных алгоритмов. Киев: Ин-т кибернетики АН УССР, 1969. 135 с.
2. Задирака В. К. Теория вычисления преобразования Фурье. К.: Наукова думка, 1983. 216 с.
3. Сергиенко И. В. Методы организации вычислительного процесса на вычислительных машинах. Киев: Ин-т кибернетики АН УССР, 1971. 162 с.
4. Березовский А. Н., Кондратенко О. С. О выявлении и уточнении априорной информации. *УСиМ*. 1997. № 6. С. 17–22.
5. Сергієнко І. В., Задірака В. К., Литвин О. М. Елементи загальної теорії оптимальних алгоритмів та суміжні питання. К.: Наукова думка, 2012. 400 с.
6. Бахвалов Н. С. Численные методы. М.: Наука, 1973. 632 с.

7. Иванов В. В. Методы вычислений на ЭВМ (справочное пособие). Киев: Наукова думка, 1986. 584 с.
8. Задірака В. К., Олексюк О. С. Комп'ютерна арифметика багаторозрядних чисел: наук. вид. К., 2003. 264 с.
9. Сергиенко И. В., Задирака В. К., Бабич М. Д., Березовский А. И., Бесараб П. Н., Людвиченко В. А. Компьютерные технологии решения задач прикладной и вычислительной математики с заданными значениями характеристик качества. *Кибернетика и системный анализ*. 2006. № 5. С. 33–41.
10. Бабич М. Д., Задирака В. К., Сергиенко И. В. Вычислительный эксперимент в проблеме оптимизации вычислений. *Кибернетика и системный анализ*. 1999. Ч.1. № 1. С. 51–63; Ч.2. № 2. С. 59–79.

The main stages of topics development on issues of calculations optimization are considered.

Key words: *error theory, optimal algorithms, information operations, information given a priory, calculations optimization.*

Одержано 28.02.2017

УДК 519.6

В. А. Сидорук, канд. фіз.-мат. наук

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України, м. Київ

ОДНОВУЗЛОВИЙ ГІБРИДНИЙ АЛГОРИТМ ФАКТОРИЗАЦІЇ РОЗРІДЖЕНИХ МАТРИЦЬ

Розглядається гібридний алгоритм розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь з розрідженими симетричними додатно визначеними матрицями на комп'ютерах з графічними прискорювачами. Подано результати апробації алгоритму на багатоядерному комп'ютері з графічними прискорювачами Інпарком.

Ключові слова: *плитковий алгоритм, гібридна архітектура, CUDA, Орептр.*

Вступ. При чисельному розв'язанні задач у багатьох випадках доводиться розв'язувати задачу (або декілька підзадач) лінійної алгебри — систему лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Наприклад, задачі лінійної алгебри виникають при дискретизації крайових задач проекційно-різницевим методом (скінченних різниць, скінченних елементів).

Важливою особливістю задач лінійної алгебри, які виникають при дискретизації є невелика кількість ненульових елементів матриці, тобто матриці є розрідженими [1]. Кількість ненульових елементів у таких матрицях складає kn, де $k << n$, а n — порядок матриці. Структура розрідженої матриці визначається нумерацією невідомих

