УДК 519.718:519.217:519.837:517.929
DOI: 10.32626/2308-5878.2019-20.51-60

В. І. Мусурівський, канд. фіз.-мат. наук

Чернівецький факультет національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», м. Чернівці

ПРО ПРОБЛЕМУ СТАБІЛІЗАЦІЇ КЕРОВАНИХ СТОХАСТИЧНИХ ДИФЕРЕЦІАЛЬНО-ФУНКЦІОНАЛЬНИХ СИСТЕМ ІЗ СКІНЧЕННИМ ЗАПІЗНЕННЯМ

У роботах [1–4] проаналізована проблема стабілізації систем, які описуються стохастичними диференціально-функціональними рівняннями з імпульсними марковськими збуреннями, будучи системами випадкової структури із постійним або скінченним запізненням, при наявності перехідного процесу та запізнення одночасно. У даній роботі більш загально розглянута проблема стабілізації керованих стохастичних систем, які описуються диференціально-функціональними рівняннями із скінченним запізненням та незалежними в сукупності вінерівськими процесами. Запізнення побудоване на просторі Скорохода неперервних справа функцій, що мають лівосторонні границі [1]. Ці системи повинні бути асимптотично стійкими за ймовірністю та забезпечувати наперед задану оптимальність перехідного процесу. Керування вибудовується за принципом оберненого зв'язку, отримується як марковський процес [3, 4]. Задача оптимальної стабілізації розглядається в розумінні заданого критерію якості, вибудовується за принципами динамічного програмування Беллмана. В першій частині роботи аналізуються властивості марковських процесів, як підсумок формулюється відповідна лема. В другій частині отриманий інфінітезимальний оператор відповідного марковського процесу, доведена основна теорема стабілізації. Алгоритм доведення побудований на використанні формули Іто. Наведено приклади використання. Алгоритм оптимальної стабілізації продемонстровано в третій частині для дослідження лінійних систем. Для випадку лінійних систем сформульована теорема стабілізації. Отримані результати та наведені доведення справедливі й у детермінованому випадку. Результати наукового дослідження отримані для використання в технічних системах. Дана робота є частиною першою наукового дослідження — частина друга буде містити більше прикладів та використовуватиме метод послідовних наближень.

Ключові слова: *керовані стохастичні диференціально-функціональні системи, стабілізація, скінченне запізнення.*

Вступ. У роботах [1–4] проаналізована проблема стабілізації систем, які описуються стохастичними диференціально-функціональними рівняннями з імпульсними марковськими збуреннями, будучи системами випадкової структури із постійним або скінченним запізненням (СССЗ), при наявності перехідного процесу та запізнення одночасно.

У роботі розглянута більш загально проблема стабілізації керованих стохастичних систем, які описуються диференціально-функціональними рівняннями із скінченним запізненням.

1. Постановка задачі. Розглянемо $x(t) \in R^m$ — випадковий процес керованої стохастичної системи, що описується диференціально-функціональними рівняннями із скінченним запізненням виду

$$dx(t) = a(t, x_t, u)dt + \sum_{k=1}^{m} b_k(t, x_t, u)dw_k(t)\,,\ k = 1, 2, ..., m\,, \tag{1}$$

з початковою умовою

$$x_{t_0} = z_0 \in \mathbf{D}\,, \tag{2}$$

де $t \ge t_0 \ge 0$; $x_t \equiv \{x(t+\theta)\}$, $-\tau \le \theta < 0$, $\tau > 0$; $\mathbf{D} \equiv \mathbf{D}\Big([-\tau, 0),\ R^m\Big)$ — простір Скорохода неперервних справа функцій, що мають лівосторонні границі [1]. $a(t, x_t, u)$, $b_k(t, x_t, u)$, $k = 1, 2, ..., m$ — вимірні по сукупності аргументів вектори-функціонали. $w_к(t)$, $k = 1, 2, ..., m$ — незалежні в сукупності вінерівські процеси, для яких $\mathsf{E}w_к(t) = 0$, $\mathsf{E}w_k^2(t) = t$. Величина $u \equiv u(t, x(t)) \in R^r$ — *r-мірний* керуючий вплив [1, 4].

Означення 1. Керування $u \equiv u(t, x)$ назвемо допустимою функцією, якщо функціонали $a(t, x_t, u)$, $b_k(t, x_t, u)$ — неперервні, мають перші похідні за x , рівномірно обмежені за t , і, крім того, $u(t, 0) = 0$.

Клас допустимих керувань позначимо $\mathcal{U}$. Кожній функції $u \in \mathcal{U}$ — допустимому керуванню, відповідає випадковий процес $x_s(t, u)$, що є розв'язком задачі (1)–(2). Нехай керування вибирається як функція $u = u(t, x)$ — будується за принципом оберненого зв'язку [3, 4], тоді воно буде марковським. Внаслідок, випадковий процес $x_s(t, u)$, що визначається системою (1)–(2), буде марковським.

За аналогією [3, 4] будемо розглядати **задачу оптимальної стабілізації** в розумінні заданого критерію якості: знайти допустиме керування $u \equiv u^o(t, x)$, при якому досягається мінімум функціоналу

$$J_{s,z}(u) = \int_s^{\infty} \mathsf{E}\Big\{W\left(t, x_t, u(t, z)\right) \Big| x_t = z\Big\} dt\,, \tag{3}$$

де (s, z) — фіксована початкова точка, $W\left(t, x, u\right)$ — додатньо-визначений функціонал при $t \ge 0$, яке назвемо оптимальним.

Позначимо x^o — оптимальну траєкторію, що відповідає оптимальному керуванню u^o .

Зауваження 1. Необхідно обмежиться критеріями якості, для яких виконується наступна умова: для будь-якого $u \in \mathcal{U}$ та деяких постійних $c > 0$, $p > 0$ справедлива нерівність

$$W\left(t, x, u\right) > c\|x\|^p . \tag{4}$$

Зауваження 2. Для вивчення властивостей марковських процесів істотним інструментом є ексцесивні функції $V(x)$ із властивостями [7]

$$0 \le T_t V(x) = \int_E P(x, t, dy)\, V(y) \le V(x)\,,\ t \ge 0\,,\ x \in E\ ,$$

$$T_t V(x) \to V(x) \text{ при } t \downarrow 0\,,$$

де X — однорідний за t неперервний справа строго марковський процес у банаховому просторі E . Ексцесивна функція V задовольняє нерівність

$$\mathsf{E}_x V(X(\zeta)) \le V(x) \tag{4$'$}$$

для довільного марковського моменту часу ζ .

Означення 2. Непорожня множина $D \in \mathcal{F}$ називається інваріантною для процесу X , якщо

$$P(x, t, D) = 1$$

для $x \in D$, $t \ge 0$, $\mathcal{F}$ — σ -алгебра вимірних множин в E .

Означення 3. Функція V називається ексцесивною для процесу X у відкритій множині U , якщо співвідношення (4′) справедливо для $\forall\ \zeta \le \tau_U$, де τ_U — момент першого виходу траєкторії процесу з області U .

У роботах [1–4] всебічно дані означення стійкості. Має місце лема [7]:

Лема. Для стійкості за ймовірністю інваріантної для процесу X точки x_o достатньо, щоб існувала ексцесивна для процесу X в деякому околі точки x_o функція V така, що

$$V(x_o) = 0\ ;$$

$$\inf_{\|x - x_o\| > \varepsilon} V(x) = V_\varepsilon > 0 \text{ для } \forall\ \varepsilon > 0\,.$$

Зауваження 3. З нерівності (4) зауваження 1 і внаслідок леми при $t \to \infty$ будемо мати рівність

$$\lim_{t \to \infty} \mathsf{E} \left| X_{u_o}^{s,z}(t) \right|^p = 0\,. \tag{4$''$}$$

Зауваження 4. При деяких додаткових умовах із зауважень 1, 3 випливає асимптотична та експоненціальна стійкість системи (1).

2. Оптимальна стабілізація. Нехай V — функція із $C_2(E)$. Розглянемо вираз

$$\mathcal{L}_u \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \left(a(t, x_t, u), \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{m} \left(b_k(t, x_t, u), \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 , \qquad (5)$$

який при підстановці $u = u(t, x)$ являє собою інфінітезимальний оператор відповідного марковського процесу $X_u^s(t)$.

Теорема 1. Нехай існують функції $V_o(t, x) \in C_2^{(0)}(E)$, $u^o(t, x) \in \mathcal{U}$, що задовольняють при $\forall\, t \geq 0$, $x \in E_m$, $u \in (-\infty, \infty)$ і деяких додатних постійних p, n, k_1, k_2 наступним умовам:

$$V_o(t, x) \leq k_1 |x|^p , \quad \left| \frac{\partial V_o}{\partial x} \right| \leq k_1 \left(|x|^p + 1 \right), \qquad (6)$$

$$\mathcal{L}_{u^o} V_o(t, x) + W(t, x, u^o(t, x)) \equiv 0 , \qquad (7)$$

$$\mathcal{L}_u V_o(t, x) + W(t, x, u) \geq 0 , \qquad (8)$$

$$W(t, x, u) \geq k_2 |x|^p , \qquad (9)$$

де $\|x(\theta)\| = \sup\limits_{\tau \leq \theta \leq 0} |x(\theta)|$, $\dfrac{\partial V_o}{\partial x}$ — похідна Фріше. Тоді функція $u^o(t, x)$ є розв'язком задачі про оптимальну стабілізацію системи (1)–(2) у розумінні критерію якості $J_{s,z}(u)$

$$J_{s,x^o}(u^o) = \min_{u \in \mathcal{U}} J_{s,x^o}(u) = V_o(s, x^o) . \qquad (10)$$

Доведення. Нехай $u = u(t, x)$ — деяке допустиме керування. Застосовуючи формулу Іто [7] до функції $V(t,\, X^{s,z}(t))$ та з огляду на те, що в силу другого із співвідношень (6) [7] математичні сподівання стохастичних інтегралів, які входять у дану формулу, дорівнюють нулю, одержимо рівність

$$\mathrm{E} V_o^{s,z}(t, X_u^{s,z}(t)) - V_o(s, z) = \mathrm{E} \int_s^t \mathcal{L}_{\boldsymbol{u}} V_o^{s,z}(v, X_u^{s,z}(v)) dv . \qquad (11)$$

Покладаючи $u = u^o(t, z)$ та застосовуючи (7), будемо мати

$$\mathrm{E} \int_s^t \mathrm{W}(v, X_{u^o}^{s,z}(v), u(v, X_{u^o}^{s,z}(v)) dv = V_o(s, z) - \mathrm{E} V_o(t, X_{u^o}^{s,z}(t)) . \qquad (12)$$

Звідки при $t \to \infty$ випливає нерівність

$$J_{s,z}(u^o) < \infty . \tag{13}$$

Із нерівності (13), з огляду на (9) і зауваження 1, для процесу $X_{u^o}^{s,z}(t)$ виконується рівність (4′). Із (4′) і (6) одержуємо нерівність

$$\mathsf{E}V_o(t, X_{u^o}^{s,z}(t)) \le k_1 \mathsf{E}\left|X_{u^o}^{s,z}(t)\right|^p \to 0 \text{ при } t \to \infty .$$

Переходячи до границі в (12) при $t \to \infty$, будемо мати

$$J_{s,z}(u_o) = V_o(s,z) .$$

Нехай $u(t,z)$ — деяке допустиме керування, для якого $J_{s,z}(u) < \infty$, тоді легко переконатися в справедливості рівності

$$\lim_{t\to\infty} \mathsf{E}\, V_o(t, X_u^{s,z}(t)) = 0 . \tag{14}$$

Використовуючи рівність (14) і з огляду на (11), (8), одержуємо

$$\mathsf{E}V_o^{s,z}(t, X_u^{s,z}(t)) = V_o(s,z) + \mathsf{E}\int_s^t \mathsf{W}(v, X_u^{s,z}(v), u(v, X^{s,z}(v)))dv \ge V_o(s,z) , \tag{15}$$

На підставі (15) при $t \to \infty$ одержуємо нерівність

$$\min_{u\in\mathcal{U}} J_{s,z}(u) = V_o(s,z) . \tag{16}$$

Доведемо експоненціальну p-стійкість системи (1) при $u = u_o(t,z)$. Досить перевірити для деякої постійної $k_3 > 0$ справедливість нерівності [7]

$$V_o(s,x) \ge k_3 \|x\|^p .$$

З (9), (10) одержимо

$$V_o(s,x) = J^{s,x}(u^o) \ge k_2 \int_0^\infty \mathsf{E}\left|X_{u^o}^{s,z}(v)\right|^p dv$$

і, виходить, для довільних значень $x, s \ge 0$ можна вказати таке $T = T(s,x)$, при якому

$$\mathsf{E}\left|X_{u^o}^{s,z}(T)\right|^p < \frac{1}{2}\|x\|^p . \tag{17}$$

З (17) і формули Іто, з огляду на нерівність [7]

$$\mathcal{L}_{u_o}(\|x\|^p) \ge -k_4 \|x\|^p ,$$

знаходимо

$$\begin{aligned} V_0(s,x) &\ge k_2 \int_0^\infty \mathsf{E}\left|X_{u_o}^{s,x}(v)\right|^p dv \ge -k_5 \int_0^\infty \mathsf{E}\mathcal{L}_{u_o}\left|X_{u_o}^{s,x}(v)\right|^p dv = \\ &= k_5\left(\|x\|^p - \mathsf{E}\left|X_{u_o}^{s,x}(T)\right|^p\right) \ge \frac{k_5}{2}\|x\|^p = k_3\|x\|^p \end{aligned} \tag{18}$$

Теорема доведена.

Зауваження 5. При об'єднанні умов (7), (8) одержимо наступне рівняння

$$\min_{u\in(-\infty,\infty)} \left[\mathcal{L}_u V_o(s,x) + \mathsf{W}(s,x,u)\right] = 0 \tag{19}$$

рівняння Беллмана.

Зауваження 6. Умова (9), що накладає обмеження на функцію $\mathsf{W}(s,x,u)$ для довільних u , здається занадто обмежувальною. Можна було б сподіватися, що достатньо вимагати виконання тільки умови

$$\mathsf{W}(t,z,u^o(t,z)) > k_2 \left\|x\right\|^p . \tag{20}$$

Наведений приклад показує, що при ослабленні умови (9) умовою (20) теорема 1 невірна.

Приклад. Розглянемо задачу оптимальної стабілізації для детермінованої системи

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = -x_1(t) - x_1(t-1), \\ \dfrac{dx_2}{dt} = x_2(t) + x_2(t-1) + u, \end{cases} \tag{21}$$

при

$$\mathsf{W}(t,x_1,x_2,u) \equiv x_1^2(t) + x_1^2(t-1) + u^2 .$$

У цьому випадку

$$\mathcal{L}_{\boldsymbol{u}} = -(x_1(t) + x_1(t-1))\frac{\partial}{\partial x_1} + (x_2(t) + x_2(t-1) + u)\frac{\partial}{\partial x_2} .$$

Умови (6)–(8) виконані, як легко бачити, для функцій

$$V_o = \frac{x_1^2(t) + x_1^2(t-1)}{2} + 2x_2^2(t) + 2x_2^2(t-1) ,$$

$$u^o = -2x_2(t) - 2x_2(t-1) + 2x_2^2(t-1) .$$

Очевидно, що умова (9) виконано, наприклад, для

$$u = c_1(x_1(t) + x_1(t-1)) + c_2(x_2(t) + x_2(t-1)) .$$

Однак, керування u^o не буде оптимальним у нашому розумінні, тому що оптимальним є керування $u \equiv 0$.

Зауваження 7. Вище доведено, що керування u^o оптимальне для всіх управлінь класу $\mathcal{U}$. Можна було б сподіватися на існування більш оптимального керування в класі керувань, що враховують історію процесу $X(t)$ від початкового моменту часу s до даного моменту t . Доведено [6], що u^o буде оптимальним.

3. Дослідження лінійних систем. Застосуємо теорему 1 для дослідження лінійної системи

$$dX = \left[A(t)dt + \sum_{k=1}^{n} B_k(t)dw_k(t) \right] X + \left[h(t)dt + \sum_{k=1}^{n} c_k(t)dw_k(t) \right] u \,, \quad (22)$$

де $A(t)$, $B_k(t)$ — матриці $m \times m$, $h(t)$, $c_k(t)$ — вектори в E^m. Елементи матриць $A(t)$, $B_k(t)$ і $h(t)$, $c_k(t)$ — неперервні обмежені функції часу.

Розглянемо задачу про оптимальну стабілізацію системи (22) при критерії якості

$$\mathsf{W}(t,x,u) = \left(\mathrm{A}(t)x, x \right) + \lambda u^2 \,, \quad (23)$$

де $\mathrm{A}(t)$ — симетрична обмежена матриця $m \times m$, додатньо-визначена рівномірно відносно $t \geq s$, $\lambda > 0$.

Необхідно знайти оптимальну функцію Ляпунова $V_o(s,x)$, що задовольняє умовам теореми 1, у вигляді невід’ємно-визначеної квадратичної форми

$$V_o(s,x) = -\left(C(t)x, x \right) , \quad (24)$$

де $C(t)$ — симетрична матриця $m \times m$.

Оператор $\mathscr{L}_u$ для системи (22) визначається рівністю

$$\mathscr{L}_u = \frac{\partial}{\partial t} + \left(A(t)x + h(t)u, \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(B_k(t)x + c_k(t)u, \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 , \quad (25)$$

а рівняння (19), що зв’язує оптимальну функцію Ляпунова $V_o(s,x)$ та оптимальне керування $u^o(t,x)$, має вигляд:

$$\frac{\partial V_o}{\partial t} + \left(A(t)x, \frac{\partial}{\partial x} \right) V_o + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(B_k(t)x, \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 V_o + \left(\mathrm{A}(t)x, x \right) =$$

$$= -\min_{u \in U} \left\{ u \left[\left(h(t)x, \frac{\partial}{\partial x} \right) V_o + \sum_{k=1}^{n}\left(B_k(t)x, \frac{\partial}{\partial x} \right)\left(c_k(t), \frac{\partial}{\partial x} \right) V_o \right] + \right.$$

$$\left. + u^2 \left[\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(c_k(t), \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 V_o + \lambda \right] \right\} =$$

$$= -u^o \left[\left(h(t), \frac{\partial}{\partial x} \right) V_o + \sum_{k=1}^{n}\left(B_k(t)x, \frac{\partial}{\partial x} \right)\left(c_k(t), \frac{\partial}{\partial x} \right) V_o \right] -$$

$$-\left(u^o \right)^2 \left[\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(c_k(t), \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 V_0 + \lambda \right]. \quad (26)$$

Функція $u^o(t,x)$ в (26) має вигляд

$$u^o(t,x) = \frac{\left(h(t), \frac{\partial}{\partial x}\right)V_o + \sum_{k=1}^{n}\left(B_k(t)x, \frac{\partial}{\partial x}\right)\left(c_k(t), \frac{\partial}{\partial x}\right)V_o}{2\lambda + \sum_{k=1}^{n}\left(c_k(t), \frac{\partial}{\partial x}\right)^2 V_o}. \qquad (27)$$

У результаті підстановки (25) в (27) одержимо рівність

$$u^o(t,x) = -\frac{\left(h(t), C(t)x\right) + \sum_{k=1}^{n}\left(C(t)c_k(t), B_k(t)x\right)}{\lambda + \sum_{k=1}^{n}\left(C(t)c_k(t), c_k(t)\right)}. \qquad (28)$$

Із цього виразу видно, що оптимальне керування лінійне за x, якщо оптимальна функція Ляпунова задається формулою (24).

Після підстановки (26) в (28) одержимо рівняння для визначення $V_o(t,x)$

$$\frac{\partial V_o}{\partial t} + \left(A(t)x, \frac{\partial}{\partial x}\right)V_o + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(B_k(t)x, \frac{\partial}{\partial x}\right)^2 V_o + \left(\mathrm{A}(t)x, x\right) =$$

$$= \frac{\left(h(t), \frac{\partial}{\partial x}\right)V_0 + \sum_{k=1}^{n}\left(B_k(t)x, \frac{\partial}{\partial x}\right)\left(c_k(t), \frac{\partial}{\partial x}\right)V_o}{2\left[\lambda + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(c_k(t), \frac{\partial}{\partial x}\right)^2 V_o\right]}, \qquad (29)$$

яке в силу симетричності матриці $C(t)$ еквівалентно рівнянню

$$\frac{dC}{dt} + CA(t) + A^*(t)C + \sum_{k=1}^{n} B_k^*(t)C(t)B_k(t) + \mathrm{A}(t) =$$

$$= \frac{\left(Ch(t) + \sum_{k=1}^{n} B_k^*(t)Cc_k(t)\right) + \left(h^*(t)C + \sum_{k=1}^{n}\left(c_k^*(t)CB_k(t)\right)\right)}{\lambda + \sum_{k=1}^{n}\left(Cc_k(t), c_k(t)\right)}. \qquad (30)$$

З теореми 1 випливає наступне твердження:

Теорема 2. Якщо рівняння (30) для $\forall\, t \ge s$ має обмежений додатньо-визначений розв'язок $C(t)$, то керування (28) доставляє мінімум функціоналу

$$J_{s,z}(u) = \int_s^{\infty} \mathsf{E}\left\{\left(\mathrm{A}(t)X_u^{s,z}(t), X_u^{s,z}(t)\right) + \lambda u^2(t, X_u^{s,z}(t))\right\}dt. \qquad (31)$$

Зауваження 8. Отримані результати та наведені доведення справедливі й у детермінованому випадку $B_k(t) \equiv 0$, $c_k(t) \equiv 0$. Зокрема рівняння (30) переходить у матричне рівняння Ріккаті

$$\frac{dC}{dt} + CA(t) + A^*(t)C - \frac{Ch(t)h^*(t)C}{\lambda} + \alpha = 0 . \qquad (32)$$

Висновки. Результати наукового дослідження отримані для використання в технічних системах. Отримані умови оптимальної стабілізації системи (1)–(2) у розумінні критерію якості $J_{s,z}(u)$. Нехай керування вибирається як функція $u = u(t, x)$ — будується за принципом оберненого зв'язку [3, 4], тоді воно буде марковським. Тому випадковий процес $x_s(t,u)$, що визначається системою (1)–(2), внаслідок використання принципу оберненого взаємозв'язку буде марковським [6].

Список використаних джерел:

1. Мусуривский В. И. О проблеме стабилизации стохастических дифференциально-функциональных уравнений с импульсными марковскими возмущениями и постоянным запаздыванием. Часть 1 / В. И. Мусуривский, В. К. Ясинский // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2014. — № 4. — С. 22–31.
2. Мусуривский В. И. О проблеме стабилизации стохастических дифференциально-функциональных уравнений с импульсными марковскими возмущениями и постоянным запаздыванием. Часть 2 / В. И. Мусуривский, В. К. Ясинский // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2014. — № 6. — С. 5–10.
3. Мусуривский В. И. О проблеме стабилизации стохастических дифференциально-функциональных уравнений с импульсными марковскими возмущениями и постоянным запаздыванием. Часть 3 / В. И. Мусуривский, В. К. Ясинский // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2015. — № 1. — С. 5–10.
4. Мусурівський В. І. Проблема стабілізації стохастичних диференціально-функціональних рівнянь з імпульсними марковськими збуреннями та скінченним запізненням / В. І. Мусурівський // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки : збірник наукових праць. — Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2014. — Вип. 11. — С. 138–143.
5. Гихман И. И. Стохастические дифференциальные уравнения и их приложения / И. И. Гихман, А. В. Скороход. — Київ : Наукова думка, 1982. — 612 с.
6. Невельсон М. Б. Устойчивость и стабилизация стохастических дифференциальных уравнений / М. Б. Невельсон, Р. З. Хасьминский // Сборник научных трудов «Летняя школа по теории вероятностей и математической статистике». — Киев : АН УССР, 1969. — С. 161–175.
7. Дынкин Е. Б. Марковские процессы / Е. Б. Дынкин. — Москва : Физматгиз, 1963. — 859 с.

ABOUT THE PROBLEM OF STABILIZATION OF CONTROL STOCHASTIC DIFFERENTIAL-FUNCTIONAL SYSTEMS WITH FINITE DELAY

Works [1–4] analyze a problem of stabilization of systems, which are defined by a stochastic differential-functional equations with impulsive Markov disturbances with a constant or finite delay, in presence of a transitional process and a delay at the same time. This work considers a more generalized problem of stabilization of the control stochastic differential-functional systems with finite delay and mutually independent Wiener processes. The delay is constructed on the space of the Skorokhod of right continuous functions with left limits [1]. This systems must be asymptotically stable by the probability and provide preassigned optimivity of a transient process. The control be selected is built on the principle of inverse communication, obtained as a Markov process [3, 4]. The problem of optimal stabilization is considered in the context of the given quality criteria, builds on Bellman's dynamic programming principles. The first part of the work analyzes the properties of Markov processes. The corresponding lemma is formulated as a result. In the second part obtained the infinitesimal operator of the corresponding Markov process, is formulated and the basic theorem of stabilization is proved. The proof algorithm is based on using the Ito-formula. Examples of use are given. In the third part an optimal stabilization algorithm has been demonstrated to investigate a linear systems. For the case of linear systems, the stabilization theorem is formulated. The results of the scientific research were obtained for use in technical systems. The results obtained and the arguments given are valid in the determined case as well. This work is part one of the first scientific research, the second part will contain more examples and use the method of successive approximations.

Key words: *control stochastic differential-functional systems, stabilization, finite behind.*

Отримано: 27.08.2019