5. Бомба А. Я., Пригорницький Д. О. Чисельне розв'язання обернених нелінійних крайових задач на квазіконформні відображення в двозв'язних деформівних середовищах // Вісник Львівського університету. Серія прикладна математика та інформатика. – 2003. – Вип.7. – С.3-10.
6. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. – М.: Наука, 1977. – 664 с.
7. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. – Киев: Наукова думка, 1980. – 334 с.
8. Самарский А. А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
9. Годунов О. К., Прокопов Г. П. О расчетах конформных отображений и построении разностных сеток // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1967. – Т. 7. – № 5. – С.1031-1059.
10. Савула Я. Г., Шинкаренко Г. А., Вовк В. Н. Некоторые приложения метода конечных элементов. – Львов: Редакционно-издательская группа Львов. ун-та, 1981. – 38 с.
11. Ляшко И. И., Великоиваненко И. М., Лаврик В. И., Мистецкий Г. Е. Метод мажорантных областей в теории фильтрации. – Киев: Наукова думка, 1974. – 200 с.

Numerical algorithm for solving of inverse nonlinear boundary value problems on quasiconformal mappings in doubly-connected warped environments limited by equipotential lines and surfaces of current is modified for cases of areas with free surfaces.

Key words: *numerical solution, inverse nonlinear boundary value problems, quasiconformal mapping, warped environments, free surfaces.*

Отримано: 25.06.2008

УДК 628.113.2:66.067.1+517.95

А. Я. Бомба[1], І. М. Присяжнюк[1], А. П. Сафоник[2]

[1]Рівненський державний гуманітарний університет
[2]Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

ЗАКОНОМІРНОСТІ ФІЛЬТРУВАННЯ У ДВОШАРОВИХ ФІЛЬТРАХ

У даній роботі встановлено аналітичні закономірності масопереносу в двошарових фільтрах, що функціонують за законами, прототипами яких є лінійна модель Мінца. Проведено аналіз роботи двошарових фільтрів у хвильовому режимі. Оптимізовано основні параметри процесу фільтрування.

Ключові слова: *фільтр, масоперенiс, оптимізація.*

Вступ. Фільтрування в напрямку зменшення еквівалентного діаметру гранул завантаження – один з загальновизнаних методів підвищення ефективності роботи фільтрів [1]. В складних технологічних умовах, що змінюються, оптимальний гранулометричний склад завантаження повинен був би залежати від часу. Проте через складнощі реалізації і експлуатації на практиці фільтрування не отримали широкого розповсюдження навіть фільтри з "неперервно" неоднорідним завантаженням. З цих же причин фактично обмежуються різними апроксимаціями оптимального гранулометричного складу завантаження, еквівалентний діаметр гранул якого "неперервно" спадає в напрямку фільтрування за певним законом, за рахунок використання n-шарових фільтрів. Точність апроксимації, очевидно, тим більша, чим більше число n фільтруючих шарів. Відповідно складність експлуатації n-шарових фільтрів, зокрема, через ускладнення регенерації завантаження, із зростанням n зростає. Через невизначеність максимального економічного ефекту, який може бути отриманий при експлуатації фільтрів з оптимальним гранулометричним складом, на даний час протиріччя між точністю його апроксимації і складністю експлуатації фільтрів вирішується на користь зменшення останньої. Іншими словами, в практиці фільтрування найбільш поширені двошарові фільтри.

Поодинокі теоретичні роботи щодо закономірностей масопереносу у n-шарових фільтрах містять принципові недоліки. Так запропонована в [2] формула для часу захисної дії таких фільтрів не узгоджується з уявленнями про переваги фільтрування в напрямку спадання величини зерен завантаження. Розглянутий в [3] метод розрахунку багатошарових фільтрів базується на уявленнях про просування фронту шару, що досяг стану граничного насичення. Між тим, зокрема, з розв'язку Тихонова [4], який в термінології теорії фільтрування відповідає концентрації домішкових частинок у рідині, що фільтруються, випливає неможливість досягнення такого стану за обмежений час. В основу всіх інших розрахунків, наведених в [3], покладено факт існування у моделі Мінца [1] хвильових розв'язків, коли час захисної дії і час досягнення граничних втрат напору n-шарових фільтрів можна подати, за певних умов, як суму відповідних часів окремих шарів. Разом з тим відомо, що модель Мінца хвильових розв'язків не має [1].

У даній роботі встановлено аналітичні закономірності масопереносу в двошарових фільтрах, що функціонують за законами, прототипами яких є лінійна модель Мінца [1], а також проаналізовано хвильовий режим їх роботи.

Постановка задачі. Розглянемо спочатку одношарові фільтри з однорідним завантаженням сталого перерізу, що функціонують за законами, прототипом яких є класична лінійна модель фільтрування [5], з урахуванням пористості та дифузії [6], а саме

$$\begin{cases} \sigma(x)\dfrac{\partial c(x,t)}{\partial t}+\dfrac{\partial \rho(x,t)}{\partial t}+v\dfrac{\partial c(x,t)}{\partial x}=\dfrac{\partial}{\partial x}\left(D\dfrac{\partial c}{\partial x}\right), \\ \dfrac{\partial \rho(x,t)}{\partial t}=\varepsilon\beta c(x,t)-\alpha\rho(x,t)+\dfrac{\partial}{\partial x}\left(D_*\dfrac{\partial \rho}{\partial x}\right), \end{cases} \tag{1}$$

$$c\big|_{x=0}=c_*^*(t),\; c\big|_{t=0}=c_*(x),\; \rho\big|_{x=0}=\rho_*^*(t),\; \rho\big|_{t=0}=\rho_*(x),$$
$$\left.\frac{\partial c}{\partial x}\right|_{x=L}=0,\; \left.\frac{\partial \rho}{\partial x}\right|_{x=L}=0, \tag{2}$$

де x – координата в напрямку фільтрування, t – час, $c\,(x,t)$ – концентрація домішок у рідині, що фільтрується, $\rho\,(x,t)$ – концентрація осаду в завантаженні, β – коефіцієнт, що характеризує обсяги захоплених за одиницю часу домішкових частинок, α – коефіцієнт, що характеризує обсяги відірваних за той же час частинок осаду, v – швидкість фільтрування, $c_*^*(t)$, $c_*(x)$ – концентрація завислих домішкових частинок відповідно на вході фільтра та в початковий момент часу, $\rho_*^*(t)$, $\rho_*(x)$ – концентрація осаду у завантаженні відповідно на вході фільтра та в початковий момент часу, $\sigma_*(x)$ – пористість завантаження, D, D_* – коефіцієнти дифузії, де $D=\begin{bmatrix} D_1=b_1\varepsilon, \\ D_2=b_2\varepsilon, \end{bmatrix}$, $D_*=\begin{bmatrix} D_{*1}=b_{*1}\varepsilon, \\ D_{*2}=b_{*2}\varepsilon, \end{bmatrix}$, $0<b_1\le 1$, $0<b_2\le 1$, $0<b_{*1}\le 1$, $0<b_{*2}\le 1$, ε – малий параметр.

Надалі змінні і параметри, що стосуються конкретного шару, будемо позначати відповідною кількістю рисок зверху. Схема розподілу концентрацій завислих домішкових частинок та осаду у завантаженні зображена на *рис. 1.*

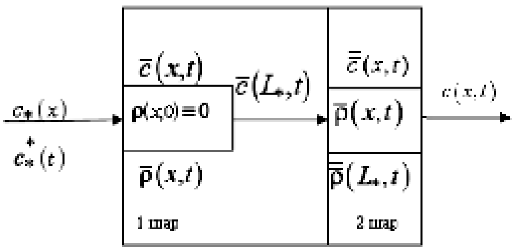

Рис. 1. *Схема розподілу концентрацій забруднень у фільтрі*

Запобігаючи зайвим ускладненням, будемо вважати, що у вихідному стані двошаровий фільтр не містить осаду $\rho_*(x)=0$, $\rho_*^*(0)=0$, а концентрація домішкових частинок на вході у перший шар $c_*(x)$, $c_*^*(t)$. Згідно [5, 7] за цих припущень концентрація домішкових частинок на виході першого шару та густина насичення завантаження осадком у першому шарі відповідно дорівнюють

$$\bar{c}(x,t)=\bar{c}_0(x,t)+\sum_{i=1}^{n}\varepsilon^i\bar{c}_i(x,t)+\bar{R}_1(x,t,\varepsilon),$$

$$\bar{\rho}(x,t)=\bar{\rho}_0(x,t)+\sum_{i=1}^{n}\varepsilon^i\bar{\rho}_i(x,t)+\bar{R}_2(x,t,\varepsilon), \quad (3)$$

де $\quad \bar{\rho}_0(x,t)=0\,,\ \bar{c}_0(x,t)=\begin{cases} c_*\left(v^2/(x-vt)\right),\ t\le x/v,\\ c_*^*(t-x/v),\ t>x/v,\end{cases}$

$$\bar{\rho}_i(x,t)=e^{-2\alpha_1 t}\int_0^t\bar{\Phi}_i(x,\tilde{t})d\tilde{t}\ ,$$

$$\bar{c}_i(x,t)=\begin{cases}\displaystyle\int_0^t\frac{\overline{W}_i\left(\frac{v^2}{x-v(t-\tilde{t})},\tilde{t}\right)}{\sigma\left(\frac{v^2}{x-v(t-\tilde{t})}\right)}d\tilde{t},\ t\le\frac{x}{v},\\ \displaystyle\frac{1}{v}\int_0^x\frac{\overline{W}_i\left(\tilde{x},\frac{1}{v}(\tilde{x}-x+t)\right)}{\sigma(\tilde{x})}d\tilde{x},\ t>\frac{x}{v},\end{cases}\qquad \overline{W}_i(x,t)=\overline{\Psi}_i(x,t)-\frac{\partial\bar{\rho}_i}{\partial t},$$

де $\quad \overline{\Psi}_i(x,t)=\dfrac{\partial^2\overline{C}_{i-1}(x,t)}{\partial x^2},\ \overline{\Phi}_i(x,t)=\dfrac{\partial^2\bar{\rho}_{i-1}(x,t)}{\partial x^2}+\beta\bar{c}_{i-1}(x,t)\ \ i=1,2...$

Аналогічно до (3) і врахувавши додаткову умову згладжування на переході між двома шарами фільтру

$$\bar{c}(L_*-0,t)=\bar{\bar{c}}(L_*+0,t),\ \bar{\rho}(L_*-0,t)=\bar{\bar{\rho}}(L_*+0,t),$$

$$D_1\left.\frac{\partial\bar{c}}{\partial x}\right|_{x=L_*}=D_2\left.\frac{\partial\bar{\bar{c}}}{\partial x}\right|_{x=L_*},\ D_{*1}\left.\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial x}\right|_{x=L_*}=D_{*2}\left.\frac{\partial\bar{\bar{\rho}}}{\partial x}\right|_{x=L_*},$$

де L_* – довжина першого шару фільтру, концентрація домішкових частинок на виході другого шару та густина насичення завантаження осадком у другому шарі відповідно дорівнюють

$$\bar{\bar{c}}(x,t)=\bar{\bar{c}}_0(x,t)+\sum_{i=1}^{n}\varepsilon^i\bar{\bar{c}}_i(x,t)+\sum_{i=0}^{n+1}\varepsilon^i\overline{\overline{M}}_i(\xi,t)+\bar{\bar{R}}_1(x,t,\varepsilon),$$

$$\bar{\bar{\rho}}(x,t)=\bar{\bar{\rho}}_0(x,t)+\sum_{i=1}^{n}\varepsilon^i\bar{\bar{\rho}}_i(x,t)+\sum_{i=0}^{n+1}\varepsilon^{i/2}\overline{\overline{P}}_i(\mu,t)+\bar{\bar{R}}_2(x,t,\varepsilon), \quad (4)$$

де $$\overline{\overline{\rho}}_0(x,t)=\overline{\overline{Q}}(x,t)e^{-\alpha_2 t},\ \overline{\overline{\rho}}_i(x,t)=e^{-2\alpha_2 t}\int_0^t \frac{\partial^2\overline{\overline{\rho}}_{i-1}(x,\tilde{t})}{\partial^2 x}d\tilde{t},$$

$$\overline{\overline{c}}_0(x,t)=\begin{cases} -\alpha_2\displaystyle\int_0^t \frac{\overline{\overline{G}}\left(\frac{v^2}{x-v(t-\tilde{t})},\tilde{t}\right)e^{-\alpha_2\tilde{t}}}{\sigma\left(\frac{v^2}{x-v(t-\tilde{t})}\right)}d\tilde{t}+\overline{\overline{S}}\left(\frac{v^2}{x-vt},t\right),\ t\le\frac{x}{v}, \\ -\dfrac{\alpha_2}{v}\displaystyle\int_0^x \frac{\overline{\overline{G}}(\tilde{x},t)e^{-\frac{\alpha_2}{v}(\tilde{x}-x+t)}}{\sigma(\tilde{x})}d\tilde{x}+\overline{\overline{S}}\left(x,t-\frac{x}{v}\right),\ t>\frac{x}{v}, \end{cases}$$

де $$\overline{\overline{Q}}(x,t)=\frac{D_{*1}}{D_{*2}}\overline{\rho}(x,t)+\overline{\rho}(L_1,t)\left(1-\frac{D_{*1}}{D_{*2}}\right),$$

$$\overline{\overline{S}}(x,t)=\frac{D_1}{D_2}\overline{c}(x,t)+\overline{c}(L_1,t)\left(1-\frac{D_1}{D_2}\right),\ \overline{\overline{G}}(x,t)=-\frac{\partial\overline{\overline{\rho}}_0(x,t)}{\partial t},$$

$$\overline{\overline{c}}_i(x,t)=\begin{cases} \displaystyle\int_0^t \frac{\overline{\overline{W}}_i\left(\frac{v^2}{x-v(t-\tilde{t})},\tilde{t}\right)}{\sigma\left(\frac{v^2}{x-v(t-\tilde{t})}\right)}d\tilde{t},\ t\le\frac{x}{v}, \\ \dfrac{1}{v}\displaystyle\int_0^x \frac{\overline{\overline{W}}_i\left(\tilde{x},\frac{1}{v}(\tilde{x}-x+t)\right)}{\sigma(\tilde{x})}d\tilde{x},\ t>\frac{x}{v}, \end{cases}\qquad \overline{\overline{W}}_i(x,t)=\frac{\partial^2\overline{\overline{c}}_{i-1}}{\partial x^2}-\frac{\partial\overline{\overline{\rho}}_i}{\partial t}.$$

Функції $\overline{\overline{M}}=\sum_{i=0}^{m+1}\overline{\overline{M}}_i\,\varepsilon^i$, $\overline{\overline{P}}=\sum_{i=0}^{m+1}\overline{\overline{P}}_i\,\varepsilon^{i/2}$, призначені для усунення неузгодженостей, внесених побудованими регулярними частинами $\overline{c}(x,t)=\sum_{i=0}^{m}\overline{\overline{c}}_i\,\varepsilon^i$, $\overline{\rho}(x,t)=\sum_{i=0}^{m}\overline{\overline{\rho}}_i\,\varepsilon^i$ в околі точки $x=L$ (виходу фільтраційної течії). $\overline{\overline{R}}_1$, $\overline{\overline{R}}_2$ – залишкові члени. Розв'язки відповідних задач знаходяться у явному вигляді [5, 6].

Отже, вирази (3)-(4) описують процеси масопереносу у двошарових фільтрах, кожний шар яких функціонує за законами (1)-(2) із своїми коефіцієнтами β_i, a_i $(i=1,2)$, з точністю до перехідних процесів, як і класична лінійна модель [1].

З виразів (3), (4) можна знаходити час захисної дії двошарових фільтрів t_3 і зовсім не очевидно, що за будь-яких умов $t_3 = t_{31} + t_{32}$, де t_{31}, t_{32} – відповідно час захисної дії першого і другого шару. Теж стосується і часу досягнення гранично допустимих втрат напору t_H.

Далі розглянемо як самостійне питання і як один з можливих алгоритмів для чисельних розрахунків на підставі встановлених вище закономірностей найбільш простий випадок масопереносу у двошарових фільтрах – хвильовий режим [7].

У якості критерію оптимальності K_2 роботи двошарового фільтра у хвильовому режимі виберемо спочатку відношення вартості об'єму фільтрата Q_F необхідної якості, отриманого за час захисної дії фільтра t_3 до вартості завантаження $s_ф$, тобто

$$K_2 = Q_F / s_ф. \tag{5}$$

Очевидно, $Q_F = vSt_3 s_F$, де S – площа поперечного перерізу завантаження, s_F – вартість одиниці об'єму фільтрата. Відповідно, вартість завантаження знаходимо за формулою

$$s_ф = S\left[s_1 L + s_2 (L - L_*)\right]. \tag{6}$$

Тут s_1, s_2 – вартість одиниці об'єму гранул завантаження з діаметром d_1 і d_2 відповідно; L_1 – товщина першого в напрямку фільтрування шару фільтра з діаметром гранул d_1.

Як показано в [7], у хвильовому режимі

$$t_3 \approx L_* / \sigma_1 + \left(L - L_*\right) / \sigma_2,$$

де $\sigma_i = c_0 v / \rho_{*i}$, $\rho_{*i} = r_i c_0 / v^{1,7} d_i^{1,7}$, $r_i = const$ [5,13], $i = 1,2$.

З (5), (6) отримаємо

$$K_2 = l\left[L r_2 / d_2^{1,7} + L_*\left(r_1 / d_1^{1,7} - r_2 / d_2^{1,7}\right)\right] / \left(L - L_*\left(1 - m\right)\right). \tag{7}$$

Тут $l = s_F / s_2$, $m = s_1 / s_2$.

Неважко переконатися, що визначений таким чином критерій K_2 як функція від L_* максимуму не має. Дійсно, з умови $\dfrac{\partial K_2}{\partial L_*} = 0$ випливає рівність $s_1 \sigma_1 = s_2 \sigma_2$, яка рівносильна умові пропорційності чисельника і знаменника у виразі (7). Отже, критерій K_2 – це або стала, або монотонно спадна, або монотонно зростаюча функція від L_*.

Результати обчислення нормованого критерію $\widetilde{K}_2 = K_2 / l$ при $r_1 = r_2 = 1.8 \cdot 10^{-7}$ $(м^2 / с)^{1,7}$, L = 1 *м*, v = (1/360) *м/с*, d_1 = 1,2.10^{-3} *м*, d_2 = 0,8.10^{-3} *м*, різних значеннях m як функції від L_* наведені на *рис. 2*.

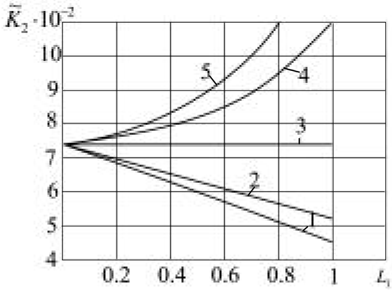

Рис. 2. *Залежність нормованого критерію оптимальності роботи двошарового фільтру у хвильовому режимі* $\widetilde{K}_2$ *від товщини першого шару* L_* *при різних т. Крива* 1 – m = 0,8; 2 – 0,7; 3 – 0,5; 4 – 0,33; 5 – 0,25

Отже, при $m > 0{,}5$ критерій оптимальності процесу фільтрування $\widetilde{K}_2$ спадає із зростанням L_*, при $m < 0{,}5$ зростає, а при $m = 0{,}5$ практично не змінюється. Це означає, що при вибраному критерії оптимальності процесу фільтрування у хвильовому режимі замість двошарових фільтрів вигідніше використовувати одношарові фільтри з однорідним завантаженням. Так, якщо в розглянутому випадку $m > 0{,}5$, то доцільніше використовувати одношарові фільтри з ефективним діаметром гранул завантаження d_2. Якщо ж $m < 0{,}5$, то з діаметром d_1.

Надалі логічно підсилити критерій оптимальності K_2 вимогою обов'язкового виконання рівності $t_3 = t_H$. Тоді при заданих параметрах, характеристиках, властивостях завантаження і рідини, що фільтрується, товщина першого шару двошарового фільтру L_* вже не буде незалежною змінною і може бути знайдена з наведених нижче міркувань.

За умови, що наявний гідравлічний напір H_{np} дорівнює напору, необхідному для просування фронту концентрацій c і ρ через фільтр, тобто, якщо $t_3 = t_H$, для втрат напору буде мати місце рівність

$$i_{H1}L_* + i_{H2}(L - L_*) = H_{np}.$$

Звідси

$$L_* = \frac{i_{H2}L - H_{np}}{i_{H2} - i_{H1}}, \tag{8}$$

де i_{H1}, i_{H2} – відповідно гідравлічний похил у стані насичення першого і другого шарів завантаження.

Згідно [7], початковий гідравлічний похил i_0 обчислюється за формулою

$$i_0 = \psi \frac{v}{d^2}, \tag{9}$$

де $\psi = \dfrac{0{,}188a^2\mu(1-\sigma_0)^2}{\sigma_0{}^3}$, a – коефіцієнт форми, μ – в’язкість води, σ_0 – пористість чистого завантаження.

Проте, незважаючи на те, що формула (9) є загальноприйнятою у гідравлічних розрахунках швидких фільтрів і входить в усі підручники, де не завжди дотримуються однієї системи величин, значення ψ у ній, при обчисленні в системі СІ, повинні бути на порядок меншими. Дійсно, за означенням

$$i_0 = \frac{P}{\gamma L},$$

де P – перепад тиску на завантаженні фільтра товщиною L, γ – питома вага води.

Так як i_0 – безрозмірна величина, $[P]$ = Па = н/м^2, $[L]$ = м, то $[\gamma]$ = н/м^3. При визначенні ж величини ψ вважалось, що $\gamma = 1000$ кг/м^3, а не $\gamma = 98100$ н/м^3. Тому в системі СІ у виразі (9) величина ψ повинна обчислюватися принаймні за формулою

$$\psi = \frac{0{,}019a^2\mu(1-\sigma)^2}{\sigma^3}. \tag{10}$$

(У протилежному випадку при однакових v і d будемо отримувати завищені на порядок значення для i_0 в порівнянні з даними).

Величини i_{H1}, i_{H2} знаходимо за відомою формулою з [1]

$$i = i_0\left(\frac{\sigma_0}{\sigma}\right)^3.$$

Отже,

$$i_{H1} = i_0 \Big/ \left(1-\frac{\rho_{*1}}{\sigma_0\gamma_0}\right)^3, \qquad i_{H2} = i_0 \Big/ \left(1-\frac{\rho_{*2}}{\sigma_0\gamma_0}\right)^3. \tag{11}$$

Тут враховано, що $\sigma = \sigma_0\left(1-\dfrac{\rho_*}{\sigma_0\gamma_0}\right)$.

Після підстановки виразів (9), (11) в (8) дістанемо

$$L_* = \frac{\left[Hd_2^2\left(1-\dfrac{R_2}{\sigma_0\gamma_0 v^{1,7}}\right)^3 - L\psi_2 v\right]d_1^2\left(1-\dfrac{R_1}{\sigma_0\gamma_0 v^{1,7}}\right)^3}{v\left[\psi_1 d_2^2\left(1-\dfrac{R_2}{\sigma_0\gamma_0 v^{1,7}}\right)^3 - \psi_2 d_1^2\left(1-\dfrac{R_1}{\sigma_0\gamma_0 v^{1,7}}\right)^3\right]}, \tag{12}$$

де $R_i = r_i c_0 / d_i^{1,7}$, $i = 1,2$.

Очевидно, у випадку, що розглядається, залежність критерію оптимальності $\widetilde{K}_2$ від L_* така сама як і у попередньому випадку, див. *рис. 2*. Отже, в залежності від значення *m* для збільшення критерію $\widetilde{K}_2$ треба або збільшувати, або зменшувати L_* шляхом вибору значень параметрів, що фігурують в (12). Діапазон можливої зміни L_* визначається допустимими діапазонами зміни цих параметрів.

Результати обчислення нормованого критерію $\widetilde{K}_2 = K_2 / l$ при $r_1 = r_2 = 1.8 \cdot 10^{-7}$, $\left(м^2 / c\right)^{1,7}$, $\psi_1 = \psi_2 = 0{,}152 \cdot 10^{-3}\, мс$, $L = 1\, м$, $H = 3\, м$, $\sigma_0 = 0{,}4$, $d_1 = 1{,}2 \cdot 10^{-3}\, м$, $d_2 = 0{,}8 \cdot 10^{-3}\, м$, $\gamma_0 = 3 \cdot 10^3\, кг/м^3$, $c_0 = 5\, кг/м^3$, різних значеннях *m* як функції від *v* наведені на *рис. 3*.

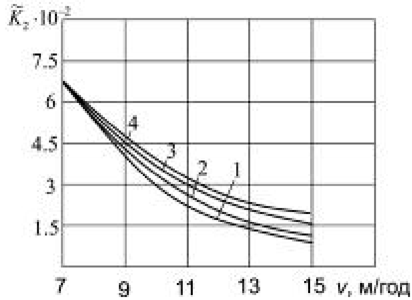

Рис. 3. *Залежність нормованого критерію оптимальності роботи двошарового фільтру у хвильовому режимі* $\widetilde{K}_2$ *від швидкості фільтрування v при різних m. Крива* 1 – *m* = 0,8; 2 – 0,5; 3 – 0,25; 4 – 0,08

Проведений додатковий чисельний аналіз також підтверджує спадний характер залежності підсиленого критерію оптимальності $\widetilde{K}_2$ від *v* в області реальних значень параметрів, що фігурують у виразах (7), (12). Це дозволяє зробити висновок про доцільність проведення фільтрування у хвильовому режимі роботи двошарового фільтру з мінімально можливою швидкістю, при якій забезпечується його мінімально допустима продуктивність.

Таким чином, на підставі вищевикладеного можна зробити наступні **висновки:** критерій K_2 оптимальності процесу фільтрування за допомогою двошарових фільтрів у хвильовому режимі – це або стала, або монотонно спадна, або монотонно зростаюча функція від товщини першого шару L_*, в залежності від відносної вартості одиниці об'єму завантаження першого і другого шарів *m*. Якщо критерій K_2 підсилений вимогою $t_3 = t_H$, то в залежності від *m* для досягнення його найбільшого значення необхідно знайти відповідне найбільше або найменше значення L_* шляхом зміни параметрів, що фігурують в (12), у допустимому діапазоні. В області реальних значень параметрів, що входять в (7), (12), підсилений критерій K_2 із зростанням швидкості фільтрування зменшується.

Список використаних джерел:

1. Жуховицкий А. А., Забежинский Я. Л., Тихонов А. Н. Поглощение газа из тока воздуха слоем зернистого материала // Журн. физ. химии. – 1945. – Т.19. – Вып 6. – С.253-261.
2. Минц Д. М. Теоретические основы технологии очистки воды. – М.: Стройиздат, 1964. – 156 с.
3. Ярошевская Н. В., Кульский Л. А. Метод расчета многослойного фильтра и контактного осветлителя // Химия и технол. воды. – 1985. – Т.7. – №4. – С.3-5.
4. Жуховицкий А. А., Забежинский Я. Л., Тихонов А. Н. Поглощение газа из тока воздуха слоем зернистого материала // Журн. физ. химии. – 1945. – Т.19. – Вып. 6. – С.253-261.
5. Бомба А. Я., Присяжнюк І. М., Сафоник А. П. Закономірності фільтрування з урахуванням дифузії // Вісник Тернопільського державного технічного університету імені І. Пулюя. – 2007. – Т.12. – №2. – С.146-152.
6. Сафоник А. П. Нелінійні сингулярно збурені математичні моделі процесів // Волинський математичний вісник. Серія: Прикладна математика. – 2007. – Вип. 4(13). – С.119-128.
7. Демчик І. І. Хвильовий режим масопереносу в *n*-шарових фільтрах // Вісник РДТУ (збірник наукових праць). – 2002. – Вип. 3(16). – С.164-175.

In this work determined exact analytical conformities to the mass transfer regularities in the two-beds filters, which function after laws the prototypes of which is a linear model of Mints. There was conducted the analysis of the two-beds filters work in the wave regime. The basic parameters of process of filtration are optimized.

Key words: *filter, mass transfer, optimization.*

Отримано: 21.05.2008