УДК 517.956

И. Г. Мамедов

Институт кибернетики НАН Азербайджана, г. Баку

УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ НЕКОТОРЫХ ПРОЦЕССОВ, ОПИСЫВАЕМЫХ ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКИМ УРАВНЕНИЕМ ПРИ НЕЛОКАЛЬНЫХ КРАЕВЫХ УСЛОВИЯХ

В работе рассматривается нелокальная задача оптимального управления для псевдопараболического уравнения четвертого порядка с негладкими коэффициентами при нелокальных краевых условиях. Задача исследована при помощи одного нового варианта метода приращения, существенно использующего понятие сопряженного уравнения интегрального вида. Метод охватывает также, случай, когда коэффициенты уравнения являются, вообще говоря, негладкими функциями, что позволяет считать этот вариант более общим, чем классические варианты метода приращения.

Ключевые слова: *нелокальная задача, задача оптимального управления, необходимые и достаточные условия оптимальности, функция Гамильтона-Понтрягина.*

Введение. Необходимые и достаточные условия оптимальности процессов для обыкновенных дифференциальных уравнений или уравнений с частными производными при локальных условиях достаточно полно изучены в работах многих математиков. Результаты, полученные в этом направлении подробно изучены в монографиях, например, Л. С. Понтрягина, В. Г. Болтянского, Р. В. Гамкрелидзе и Е. Ф. Мищенко [1], Р. Белмана [2], Н. Н. Красовского [3], А. Я. Дубовицкого и А. А. Милютина [4], Н. Н. Моисеева [5], Ф. П. Васильева [6], Ж.-Л. Лионса [7], Р. Габасова и Ф. М. Кирилловой [8] и др. Выделим также работы А. И. Егорова [9], К. Т. Ахмедова и С. С. Ахиева [10] и др., в которых исследованы различные классы задач оптимального управления.

В работах [11-18] и др. изучены также некоторые классы оптимальных процессов, связанных с нелокальными краевыми задачами.

В данной статье исследована нелокальная задача оптимального управления для псевдопараболического уравнения четвертого порядка при нелокальных краевых условиях. Впервые показано, что такие задачи можно исследовать при помощи нового понятия сопряженного уравнения, которое можно рассматривать как вспомогательное уравнение для определения множителей Лагранжа. Такие сопряженные уравнения являются интегральными, и для линейных задач, на самом деле, являются сопряженными уравнениями, в смысле представленной статье, для исходных задач.

В общем случае можно было рассмотреть задачи, в которых правые части краевых условий содержат некоторые управляющие функции. Однако, для простоты изложений мы здесь ограничились случаем, когда лишь правая часть уравнения содержит управляющую функцию.

Заметим также, что случай других или более общих, чем нелокальных краевых, условий можно изучать методом, аналогичному предложенному ниже.

Постановка задачи. Пусть управляемый объект описывается уравнением

$$(V_{3,1}u)(x,t) \equiv D_x^3 D_t u(x,t) + a_{2,1}(x,t) D_x^2 D_t u(x,t) + a_{3,0}(x,t) D_x^3 u(x,t) + \\ + \sum_{\substack{i+j<3 \\ i=\overline{0,2};\, j=\overline{0,1}}} a_{ij}(x,t) D_x^i D_t^j u(x,t) = \varphi(x,t,\upsilon(x,t)), \qquad (1)$$

при следующих нагруженных краевых условиях

$$\begin{cases} V_{0,0}u \equiv u(x_0,t_0) = \varphi_{0,0} \in R; \\ V_{1,0}u \equiv D_x u(x_0,t_0) = \varphi_{1,0} \in R; \\ V_{2,0}u \equiv D_x^2 u(x_0,t_0) = \varphi_{2,0} \in R; \\ (V_{3,0}u)(x) \equiv D_x^3 u(x,t_0) + \nu(x) D_x^3 u(x,\bar{t}_0) = \varphi_{3,0}(x) \in L_p(G_1); \\ (V_{0,1}u)(t) \equiv D_t u(x_0,t) = \varphi_{0,1}(t) \in L_p(G_2); \\ (V_{1,1}u)(t) \equiv D_x D_t u(x_0,t) + \mu(t) D_x D_t u(\bar{x}_0,t) = \varphi_{1,1}(t) \in L_p(G_2); \\ (V_{2,1}u)(t) \equiv D_x^2 D_t u(x_0,t) + \sigma(t) D_x^2 D_t u(\tilde{x}_0,t) = \varphi_{2,1}(t) \in L_p(G_2); \end{cases} \qquad (2)$$

где $\varphi_{i,0},\ i=\overline{0,2}$ – заданные постоянные, а остальные $\varphi_{i,j}$ являются заданными измеримыми функциями; $D_t = \dfrac{\partial}{\partial t}$ – оператор обобщённого дифференцирования в смысле С. Л. Соболева. Кроме того, заданные $a_{i,j}(x,t)$ – измеримые функции на $G = G_1 \times G_2$; $G_1 = (x_0, x_1)$, $G_2 = (t_0, t_1)$ и удовлетворяют лишь следующим условиям:

$$a_{i,0}(x,t) \in L_p(G),\ a_{i,1}(x,t) \in L_{P,\infty}^{x,t}(G),\ \ \overline{i=0,2};\ a_{3,0}(x,t) \in L_{\infty,p}^{x,t}(G).$$

Заметим, что здесь предполагается, $\nu(x) \in L_\infty(G_1)$; $\mu(t) \in L_\infty(G_2)$; $\sigma(t) \in L_\infty(G_2)$; где $\bar{t}_0 \in [t_0,t_1]$, $\bar{x}_0 \in [x_0,x_1]$ и $\tilde{x}_0 \in [x_0,x_1]$ – фиксированные точки. Заданная на $G \times R^r$ функция $\varphi(x,t,\upsilon(x,t))$ удовлетворяет условиям Каратеодори в $G \times R^r$ (т.е. $\varphi(x,t,\upsilon(x,t))$, измерима по (x,t) на G для всех заданных $\upsilon \in R^r$ и непрерывна по υ на R^r почти для всех заданных $(x,t)\in G$; и для любого положительного числа $\delta>0$ существует функция $\varphi_\delta^0(x,t)\in L_p(G)$ такая, что $|\varphi(x,t,\upsilon(x,t))|\le\varphi_\delta^0(x,t)$ почти для всех $(x,t)\in G$ и всех $\upsilon\in R^r$, для которых $\|\upsilon\|=\sum_{i=1}^{r}|\upsilon_i|\le\delta$; $\upsilon(x,t)=(\upsilon_1(x,t),...,\upsilon_r(x,t))-r$ мерная управляющая вектор-функция.

Пусть вектор-функция $\upsilon(x,t)=(\upsilon_1(x,t),...,\upsilon_r(x,t))$ измерима и ограничена на G и почти во всех точках $(x,t)\in G$ принимает свои значения из некоторого заданного множества $\Omega\subset R^r$. Тогда эту вектор-функцию будем называть допустимым управлением. Множество допустимых управлений обозначим через Ω_∂.

Заметим, что для рассматриваемой нелокальной краевой задачи (1)-(2) установлены условия корректной разрешимости в интегральном виде [19]. Кроме того, в этой постановке рассматриваемое уравнение является обобщением многих модельных уравнений некоторых процессов (например, обобщенного уравнения влагопереноса, телеграфного уравнения, уравнения колебания струны и т.д.)

Теперь рассмотрим следующую задачу оптимального управления: найти допустимое управление $x(x,t)$ из Ω_∂, для которого решение задачи (1)-(2) в пространстве С. Л. Соболева

$$u\in W_p^{(3,1)}(G)\equiv\left\{u(x,t): D_x^iD_t^ju(x,t)\in L_p(G),\ i=\overline{0,3},\ j=0,1\right\},\ (1\le p\le\infty)$$

доставляет наименьшее значение многоточечному функционалу

$$S(\upsilon)=\sum_{k=1}^{N}\left[\alpha_ku\left(x_0,t_k^{(0)}\right)+\beta_ku\left(x_k^{(0)},t_0\right)+\gamma_ku\left(x_k^{(0)},t_k^{(0)}\right)\right],\qquad(3)$$

где $\left(x_k^{(0)},t_k^{(0)}\right)\in\overline{G}$ заданные точки; $\alpha_k\in R,\ \beta_k\in R$ и $\gamma_k\in R$ заданные числа; N – натуральное число.

Формула приращения критерия качества в интегральном виде и условия оптимальности. Для получения необходимых и достаточных условий оптимальности сначала найдем приращение функционала (3). Пусть $\upsilon(x,t)$ и $\upsilon(x,t)+\Delta\upsilon(x,t)$ различные допустимые управления, а $u(x,t)$ и $u(x,t)+\Delta u(x,t)$ соответствующие им решения задачи (1)-(2) в пространстве $W_p^{(3,1)}(G)$. Тогда приращение функционала (3) будет иметь вид

$$\Delta S(\upsilon)=\sum_{k=1}^{N}\left[\alpha_k\Delta u\left(x_0,t_k^{(0)}\right)+\beta_k\Delta u\left(x_k^{(0)},t_0\right)+\gamma_k\Delta u\left(x_k^{(0)},t_K^{(0)}\right)\right].\qquad(4)$$

Очевидно, что при этом функция $\Delta u \in W_p^{(3,1)}(G)$ является решением уравнения

$$\left(V_{3,1}\Delta u\right)(x,t)=\Delta\varphi(x,t), \tag{5}$$

удовлетворяющее тривиальным условиям

$$V_{i,j}\Delta u=0, \quad i=\overline{0,3}, \quad j=\overline{0,1}, \quad i+j<4, \tag{6}$$

где $$\Delta\varphi(x,t)=\varphi(x,t,\upsilon(x,t)+\Delta\upsilon(x,t))-\varphi(x,t,\upsilon(x,t)).$$

Оператор

$$V=\left(V_{0,0},V_{1,0},V_{2,0},V_{3,0},V_{0,1},V_{1,1},V_{2,1},V_{3,1}\right)$$

задачи (1)-(2) действует из $W_P^{(3,1)}(G)$ в

$$E_p^{(3,1)} \equiv R\times R\times R\times L_p(G_1)\times L_p(G_2)\times L_p(G_2)\times L_p\times(G_2)\times L_p(G).$$

Показано, что оператор V имеет сопряженный оператор $V^*=\left(\omega_{0,0},\omega_{1,0},\omega_{2,0},\omega_{3,0},\omega_{0,1},\omega_{1,1},\omega_{2,1},\omega_{3,1}\right)$, который действует в пространстве

$$E_q^{(3,1)} \equiv R\times R\times R\times L_q(G_1)\times L_q(G_2)\times L_q(G_2)\times L_q(G_2)\times L_q(G)$$

и удовлетворяет условию

$$\begin{aligned}
f(Vu)={}&\iint_G f_{3,1}(x,t)\left(V_{3,1}u\right)(x,t)dG+f_{0,0}\left(V_{0,0}u\right)+f_{1,0}\left(V_{1,0}u\right)+f_{2,0}\left(V_{2,0}u\right)+\\
&+\int_{G_1} f_{3,0}(x)\left(V_{3,0}u\right)(x)dG_1+\int_{G_2} f_{0,1}(t)\left(V_{0,1}u\right)(t)dG_2+\int_{G_2} f_{1,1}(t)\left(V_{1,1}u\right)(t)dG_2+\\
&+\int_{G_2} f_{2,1}(t)\left(V_{2,1}u\right)(t)dG_2=\left(\omega_{0,0}f\right)u(x_0,t_0)+\left(\omega_{1,0}f\right)D_xu(x_0,t_0)+\\
&+\left(\omega_{2,0}f\right)D_x^2u(x_0,t_0)+\int_{G_1}\left(\omega_{3,0}f\right)(x)D_x^3u(x,t_0)dG_1+\\
&+\int_{G_2}\left(\omega_{0,1}f\right)(t)D_tu(x_0,t)dG_2+\int_{G_2}\left(\omega_{1,1}f\right)(t)D_xD_tu(x_0,t)dG_2+\\
&+\int_{G_1}\left(\omega_{2,1}f\right)(t)D_x^2D_tu(x_0,t)dG_2+\iint_G\left(\omega_{3,1}f\right)(x,t)D_x^3D_tu(x,t)dG=\left(V^*f\right)(u),
\end{aligned} \tag{7}$$

где $f=\left(f_{0,0},f_{1,0},f_{2,0},f_{3,0}(x),f_{0,1}(t),f_{1,1}(t),f_{2,1}(t),f_{3,1}(x,t)\right)\in E_q^{(3,1)}$ произвольный линейный ограниченный функционал на $E_p^{(3,1)}$, а u произвольная функция из $W_P^{(3,1)}(G)$ и $\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{q}=1$.

Теперь в равенстве (7) вместо $u\,(x,\,t)$ подставим решение задачи (5)-(6), т.е. положим вместо u функцию Δu. Тогда справедливо равенство

$$f(V\Delta u)=\iint_G f_{3,1}(x,t)\Delta\varphi(x,t)dG=$$

$$=\iint_G(\omega_{3,1}f)(x,t)D_x^3D_t\Delta u(x,t)dG=\left(V^*f\right)(\Delta u), \tag{8}$$

для всех $f\in E_q^{(3,1)}$. Иначе говоря,

$$-\iint_G f_{3,1}(x,t)\Delta\varphi(x,t)dG+\iint_G(\omega_{3,1}f)(x,t)D_x^3D_t\Delta u(x,t)dG=0, \tag{9}$$

Функция $\Delta u(\mathrm{x},\mathrm{t})$ как элемент пространства $W_p^{(3,1)}(G)$ удовлетворяет тривиальным условиям (6). Используя интегральное представление функций из $W_p^{(3,1)}(G)$ [20]:

$$u(x,t)=u(x_0,t_0)+(x-x_0)D_xu(x_0,t_0)+\frac{(x-x_0)^2}{2}D_x^2u(x_0,t_0)+$$

$$+\frac{1}{2}\int_{x_0}^{x}(x-\tau)^2D_x^3u(\tau,t_0)d\tau+\int_{t_0}^{t}D_tu(x_0,\xi)d\xi+(x-x_0)\int_{t_0}^{t}D_xD_tu(x_0,\xi)d\xi+$$

$$+\frac{(x-x_0)^2}{2}\int_{t_0}^{t}D_x^2D_tu(x_0,\xi)d\xi+\frac{1}{2}\int_{x_0}^{x}\int_{t_0}^{t}(x-\tau)^2D_x^3D_tu(\tau,\xi)d\tau d\xi$$

получим, что

$$\alpha_k\Delta u\left(x_0,t_k^{(0)}\right)+\beta_k\Delta u\left(x_k^{(0)},t_0\right)+\gamma_k\Delta u\left(x_k^{(0)},t_k^{(0)}\right)=$$

$$=\iint_G B_k(x,t)D_x^3D_t\Delta u(x,t)dG,$$

где
$$B_k(x,t)=\frac{1}{2}\Big[\alpha_k(x_0-x)^2\theta(x_0-x)\theta\left(t_k^{(0)}-t\right)+$$

$$+\beta_k\left(x_k^{(0)}-x\right)^2\theta\left(x_k^{(0)}-x\right)\theta(t_0-t)+\gamma_k\left(x_k^{(0)}-x\right)^2\theta\left(x_k^{(0)}-x\right)\theta\left(t_k^{(0)}-t\right)\Big];$$

$$\theta(\tau)=\begin{cases}1, & \tau>0\\ 0, & \tau\le 0\end{cases}$$ – функция Хевисайда.

Поэтому приращение (4) функционала (3) можно представить в виде

$$\Delta S(\upsilon)=\iint_G\sum_{k=1}^{N}B_k(x,t)D_x^3D_t\Delta u(x,t)dG,$$

или

$$\Delta S(\upsilon) = \iint_G \sum_{k=1}^{N} B(x,t) D_x^3 D_t \Delta u(x,t) dG, \tag{10}$$

где
$$B(x,t) = \sum_{k=1}^{N} B_k(x,t).$$

Теперь используя (9), приращение (10) запишем в виде

$$\Delta S(\upsilon) = \iint_G \left[B(x,t) + (\omega_{3,1} f)(x,t) \right] D_x^3 D_t \Delta u(x,t) dG -$$

$$- \iint_G f_{3,1}(x,t) \Delta \varphi(x,t) dG, \tag{11}$$

где
$$(\omega_{3,1} f)(x,t) = \int_x^{x_1} \int_t^{t_1} \frac{(\xi - x)^2}{2} a_{0,0}(\xi,\tau) f_{3,1}(\xi,\tau) d\xi d\tau +$$

$$+ \int_x^{x_1} \int_t^{t_1} (\xi - x) a_{1,0}(\xi,\tau) f_{3,1}(\xi,\tau) d\xi d\tau + \int_x^{x_1} \int_t^{t_1} a_{2,0}(\xi,\tau) f_{3,1}(\xi,\tau) d\xi d\tau +$$

$$+ \int_t^{t_1} a_{3,0}(x,\tau) f_{3,1}(x,\tau) d\tau + \int_x^{x_1} \frac{(\xi - x)^2}{2} a_{0,1}(\xi,t) f_{3,1}(\xi,t) d\xi +$$

$$+ \int_x^{x_1} (\xi - x) a_{1,1}(\xi,t) f_{3,1}(\xi,t) d\xi + \int_x^{x_1} a_{2,1}(\xi,t) f_{3,1}(\xi,t) d\xi + f_{3,1}(x,t).$$

Так как $\omega_{3,1}$ зависит только от одного элемента f, т.е. от $f_{3,1}$, то равенство (11) справедливо для всех $f_{3,1} \in L_q(G)$. Для упрощения выражения (11) введем уравнение

$$(\omega_{3,1} f_{3,1})(x,t) + B(x,t) = 0, \ (x,t) \in G, \tag{12}$$

которое назовем сопряженным уравнением для задачи оптимального управления (1)-(3) и в качестве функции $f_{3,1}(x,t)$ возьмем решение уравнения (12) в L_q (G). Тогда формула (11) примет простой вид:

$$\Delta S(\upsilon) = -\iint_G f_{3,1}(x,t) \Delta \varphi(x,t) dG. \tag{13}$$

Уравнение (12) в данной статье введено в качестве сопряженной задачи для задачи оптимального управления (1)-(3). Оно имеет ряд преимуществ по сравнению с сопряженными задачами традиционного вида: во-первых, оно имеет смысл при весьма общих ограничениях на коэффициенты $a_{i,j}(x, t)$; во-вторых, оно легко может быть обобщено для других более общих классов задач, связанных с интегро-дифференциальными уравнениями в частных производных или нелокальными начально-краевыми условиями; в-третьих, оно позволяет охватывать также случаи, когда критерий качества является многоточечным функционалом вида (4) или функционалом более сложной структуры. Следует заметить также, что переход от сопряженного интегрального уравнения (12) к традиционной сопряженной задаче возможен только в частных случаях задачи (1)-(3) [9]. Кроме того, уравнение (12) принципиальным образом отличается от сопряженных задач традиционного вида, используемых при обобщении принципа максимума на различные классы задач оптимального управления. Сопряженные задачи традиционного вида, как правило, задаются при помощи формального сопряженного дифференциального оператора, соответствующего линейному дифференциальному операторному уравнению в вариациях относительно уравнения, описывающего состояние управляемого объекта.

Теперь для фиксированного $(\tau,\xi)\in G$ рассмотрим следующую игольчатую вариацию допустимого управления $\upsilon(x,t)$:

$$\Delta\upsilon_\varepsilon(x,t)=\begin{cases}\upsilon-\upsilon(x,t),(x,t)\in G_\varepsilon\\[2ex] 0, \qquad (x,t)\in G/G_\varepsilon,\end{cases} \tag{14}$$

где $\upsilon\in\Omega_\partial$, $\varepsilon>0$ достаточно малый параметр,

$$G_\varepsilon=\left(\tau-\frac{\varepsilon}{2},\tau+\frac{\varepsilon}{2}\right)\times\left(\xi-\frac{\varepsilon}{2},\xi+\frac{\varepsilon}{2}\right).$$

Управление $\upsilon_\varepsilon(x,t)$, определяемое равенством $\upsilon_\varepsilon(x,t)=\upsilon(x,t)+$ $+\Delta\upsilon_\varepsilon(x,t)$, является допустимым управлением для всех достаточно малых $\varepsilon>0$ и всех $\upsilon\in\Omega_\partial$, $(\tau,\xi)\in G$, называемых игольчатым возмущением заданного управления $\upsilon(x,t)$.

Очевидно, что

$$S(\upsilon_\varepsilon)-S(\upsilon)=-\iint_G f_{3,1}(x,t)[\varphi(x,t,\upsilon(x,t)+\Delta\upsilon_\varepsilon(x,t))-\varphi(x,t,\upsilon(x,t))]dG=$$

$$=-\iint_G f_{3,1}(x,t)[\varphi(x,t,\upsilon)-\varphi(x,t,\upsilon(x,t))]dG, \tag{15}$$

Так как задача оптимального управления (1)-(3) линейна, то из (15) вытекает следующая теорема.

Теорема. Пусть $f_{3,1}(x,t)\in L_q(G)$ – решение сопряженного уравнения (12). Тогда для оптимальности допустимого управления $\upsilon(x,t)$

необходимо и достаточно, чтобы почти для всех $(x,t)\in G,$ выполнялось условие

$$\max_{\upsilon\in\Omega_\partial} H\left(x,t,f_{3,1}(x,t),\upsilon\right)=H\left(x,t,f_{3,1}(x,t),\upsilon(x,t)\right),$$

где $H\left(x,t,f_{3,1},\upsilon\right)=f_{3,1}\cdot\varphi(x,t,\upsilon)$ – функция Гамильтона-Понтрягина.

Эта теорема показывает, что для решения задачи оптимального управления (1)-(3), достаточно найти решение $f_{3,1}(x,t)\in L_q(G)$ интегрального уравнения (12). Тогда оптимальное управление $\upsilon(x,t)$ можно найти как точку из Ω_∂, которая доставляет максимальное значение функции $H\left(x,t,f_{3,1}(x,t),\upsilon\right)$ в Ω_∂ относительно υ.

Выводы. Применяя нетрадиционный вариант метода приращений получено необходимое и достаточное условие оптимальности в форме принципа максимума Понтрягина в задаче управления, описываемой псевдопараболическим уравнением при нелокальных краевых условиях.

Список использованной литературы:

1. Понтрягин Л. С. и др. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1969. – 384 с.
2. Белман Р. Динамическое программирование. – М.: Наука, 1960. – 400 с.
3. Красовский Н. Н. Теория управления движения. – М.: Наука, 1968. – 476 с.
4. Дубовицкий А. Я., Милютин А. А. Необходимые условия слабого экстремума в общей задаче оптимального управления. – М.: Наука, 1971. – 113 с.
5. Моисеев Н. Н. Численные методы в теории оптимальных систем. – М.: Наука, 1971. – 424 с.
6. Васильев Ф. П. Методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1981. – 400 с.
7. Лионс Ж.-Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. – М.: Мир, 1972. – 416 с.
8. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Принцип максимума в теории оптимального управления. – Минск: Наука и техника, 1974. – 271 с.
9. Егоров А. И. Об оптимальном управлении процессами в некоторых системах с распределенными параметрами // Авт. и телем. – 1964. – Т.25. – №5. – С.613-623.
10. Ахмедов К. Т., Ахиев С. С. Необходимые условия оптимальности для некоторых задач теории оптимального управления. – Докл. АН Азерб. ССР, 1972. – Т.28. – №5. – С.12-16.
11. Ахмедов Ф. Ш. Оптимизация гиперболических систем при нелокальных краевых условиях типа Бицадзе-Самарского. – ДАН СССР, 1985. – Т.283. – №4. – С.787-791.
12. Айда-заде К. Р. О решении задач оптимального управления с промежуточными условиями // Вычисл. матем. и матем. физики. – 2005. – Т.45. – №6. – С.1031-1041.

13. Айда-заде К. Р., Абдуллаев В. М. О применении методов первого порядка для решения задач оптимального управления с промежуточными условиями // Известия НАН Азербайджана. – 2004. – Т.24. – №2. – С.48-52.
14. Ибиев Ф. Т., Шарифов Я. А. Об одной задаче оптимального управления для систем Гурса с интегральными условиями // Известия НАН Азербайджана. – 2004. – Т.24. – №2. – С.83-85.
15. Мамедов И. Г. Задача оптимального управления в процессах, описываемых нелокальной задачей с нагружениями для гиперболического интегро-дифференциального уравнения // Известия НАН Азербайджана. – 2004. – Т.24. – №2. – С.74-79.
16. Hasanov K. Q., Gasimov T. M. Optimal control problem for the hyperbolic type equation with non-classic boundary conditions // The Second International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, COIA 2008, June 2-4, Baku. – P.74.
17. Mutallimov M. M., Zulfugarova R. T. Sweep algorithm for solving an optimal control discrete problem with three-point boundary conditions // The Second International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, COIA 2008, June 2-4, Baku. – P.137.
18. Mamedov I. G. An optimal control problem for a fourth order pseudoparabolic equation with separated multi-point conditions // The Second International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, COIA 2008, June 2-4, Baku. – P.117.
19. Mamedov I. G. On correct solvability of a problem with loaded boundary conditions for a fourth order pseudoparabolic equation // Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics. – 2008. – Volume 43. – P.107-118.
20. Мамедов И. Г. Задача Гурса нового типа для нагруженных вольтерро-гиперболических интегро-дифференциальных векторных уравнений четвертого порядка с негладкими матричными коэффициентами // Известия НАН Азербайджана. – 2006. – Т.26. – №2. – С.74-79.

In the paper we consider a non-local problem of optimal control for a fourth order pseudoparabolic equation with non-smooth coefficients under non-local boundary conditions. Such optimal control problem was investigated with the help of a new variant of the increment method. This method essentially uses the notion of integral form adjoint equation and allows to cover the case when the coefficients of the equation are, generally speaking, non-smooth functions. In other words, this variant is more natural than classic variants of the increment method.

Key words: *non-local problem, optimal control problem, necessary and sufficient conditions of optimality, Hamilton-Pontryagin function.*

Отримано: 12.05.2008