2. Кононенко А. Ф. Постановка задачи. Модель с непрерывным временем / А. Ф. Кононенко // Современное состояние теории исследования операций. – М. : Наука, 1976. – 464 с. – С. 173–179.
3. Мохонько Е. З. Динамика информационных процессов в неантагонистических играх : дис. … докт. физ.-мат. наук / Е. З. Мохонько. – М. : ВЦ РАН, 1997. – 350 с.
4. Черноусько Ф. Л. Игровые задачи управления и поиска / Ф. Л. Черноусько, А.А. Меликян. – М. : Наука, 1978. – 270 с.
5. Мохонько Е. З. Об информационных процессах в повторяющейся игре с возмущающим фактором / Е. З. Мохонько // Труды ИСА РАН, 2008. – Т. 39(1). – С. 88–98.

The non-antagonistic repeated game are considered. The disturbance is able to act once the game. It changes the existing situation of equilibrium for another one. For this the second player gain decreases. The equilibrium strategies and the optimum discrete regime of the information receipt are found. It is shown that observer estimates the regime of the information receipt as the optimum or surplus regime depending on the model of reality which is used by him.

Key words: *dynamic games, disturbance factor, optimum regime of information receipt, redundancy of information.*

Отримано: 26.05.2010

УДК 519.8

А. А. Музичук, канд. фіз.-мат. наук

Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів

УЗАГАЛЬНЕНА ОЦІНКА АЛЬТЕРНАТИВ В УМОВАХ ЙМОВІРНІСНОЇ ВИЗНАЧЕНОСТІ

У роботі запропонований узагальнений критерій вибору найкращої альтернативи зі скінченної множини допустимих за умови відомого ймовірнісного розподілу станів зовнішнього середовища. За припущенням альтернативи описуються скінченним набором значень функцій результату. Запропонований критерій враховує відношення особи, що приймає рішення до ризику та рівень довіри до відомого апріорного розподілу.

Ключові слова: *прийняття оптимальних рішень, аналіз скінченних послідовностей, оцінка альтернатив, відношення до ризику.*

Вступ. Ситуація прийняття рішень, у якій альтернативи описуються скінченною кількістю значень функцій результату у визначені моменти часу, є типовою для більшості випадків аналізу "витрати –

ефективність" і "затрати – прибуток" у соціальних проблемах. Для оцінювання таких альтернатив як правило обчислюють показник переоціненого значення функцій результату на момент прийняття рішень (показник теперішньої вартості) та показник внутрішньої норми дохідності [1]. Відомо, що порівняння альтернатив за цими критеріями в умовах невизначеності супроводжується технічними труднощами і не приводить до бажаного результату [2].

Задачі прийняття рішень в умовах невизначеності поділяють на підкласи в залежності від наявної ймовірнісної інформації про поведінку зовнішнього середовища в майбутньому [3]. Розрізняють задачі прийняття рішень в умовах ризику (відомий ймовірнісний розподіл), в умовах ймовірнісної невизначеності (розподіл не заданий) та в умовах часткової інформації. Третій підклас є найважливіший, оскільки додаткова інформація є не завжди надійною Для таких задач відомими критеріями прийняття рішень є критерій Гурвіца, Ходжа-Лемана, Менчеса та ін. [4].

Метою даної роботи є побудувати «узагальнену» оцінку альтернатив, які описуються скінченною кількістю значень функцій результату, за умов відомого ймовірнісного розподілу станів зовнішнього середовища. Під узагальненою оцінкою будемо розуміти таку оцінку, яка враховує відношення особи, що приймає рішення (ОПР) до ризику і рівень надійності додаткової інформації. Введення показника довіри ОПР до апріорного розподілу зумовлене складністю оцінити поведінку зовнішнього середовища в майбутні моменти часу.

Постановка задачі. Ситуацію прийняття рішень будемо визначати за допомогою параметрів $\{A, F, S, \alpha\}$, де $A = \{a_1, ..., a_m\}$ – скінченна множина альтернатив; $S = \{s_1, ..., s_n\}$ – скінченна множина станів зовнішнього середовища в яких воно може перебувати в дискретні моменти часу $T = \{0, ..., L\}$, $F = \{f_i(t)\}$ – функціонал оцінювання альтернатив, що характеризує "витрати" та "доходи" особи, що приймає рішення ОПР на момент часу $t \in T$ за умови вибору альтернативи $a_i \in A$; α – параметр, що характеризує відношення ОПР до ризику, $\alpha \in [0,1]$, причому для песимістичної ОПР $\alpha = 0$, оптимістичної – $\alpha = 1$ і для нейтральної до ризику – $\alpha = 0.5$.

Через x_t позначимо випадкову величину, $x_t \in S$, яка визначає стан зовнішнього середовища на момент часу $t \in T$. Тоді випадкова послідовність $\xi = \{x_0, ..., x_L\}$ описує поведінку зовнішнього середовища в моменти часу $t \in T$. Така послідовність визначає траєкторію зміни станів зовнішнього середовища в дискретні моменти часу $t \in T$.

Основні припущення при побудові узагальненої оцінку альтернатив в умовах часткової інформації:

1) для довільного $i = \overline{1,m}$ альтернатива $a_i \in A$ характеризується скінченною послідовністю значень функцій результату $\vec{f}_i = \left(f_i(0),..., f_i(L) \right)$ в дискретні моменти часу $t \in T$. При цьому, не обмежуючи загальності, "витратами" ОПР будемо вважати $f_i(0) < 0$, а "доходами" ОПР – $f_i(t) \geq 0$, $t \in T$, $t > 0$;

2) кожен стан зовнішнього середовища $s \in S$ однозначно визначається заданою функцією $r(s) : S \to [0,1]$;

3) відомий розподіл траєкторій зовнішнього середовища $\vec{P} = \left(p(\xi_1),..., p(\xi_N) \right)$, $N = n^L$.

4) відомий параметр λ, що відображає надійність або довіру ОПР до апріорного розподілу $\vec{P}$, $\lambda \in [0,1]$ (при $\lambda = 0$ ОПР повністю ігнорує розподіл, а $\lambda = 1$ – повністю довіряє) .

Основні результати. Нехай $x_t = s$. Тоді для всіх $a_i \in A$ переоцінені значення $f_i(t)$ позначимо як $f_i(t,s)$ і будемо шукати як

$$f_i(t,s) = f_i(t) \cdot B(s,t), \tag{1}$$

де $B(s,t) : S \times T \to [0,1]$ є функцією переоцінки одиниці прибутку в момент t на момент на момент прийняття рішень $t = 0$ при умові $x_t = s$. Як правило, для переоцінки використовують функцію вигляду $B(s,t) = (1 + r(s))^{-t}$, де $r(s)$ є "внутрішньою нормою дохідності" в стані $s \in S$ [1].

Використовуючи припущення 2) введемо бінарне відношення переваги на множині S.

Означення 1. Будемо казати, що для всіх $z, s \in S$ стан z є не гірший, ніж стан s ($z \succeq s$), якщо $r(z) \leq r(s)$.

Таке відношення є повним та транзитивним і породжує відношення еквівалентності ($\sim$) та строгої переваги ($\succ$). Не обмежуючи загальності, вважатимемо, що множина S не містить двох еквівалентних станів і всі стани є впорядковані за спаданням, тобто $s_1 \succ s_2 \succ ..., \succ s_n$. Множину всіх траєкторій $\xi = \{x_0,..., x_L\}$ позначимо через S_L.

Для кількісної оцінки впливу траєкторії $\xi \in S_L$ на альтернативу $a_i \in A$ введемо поняття корисності альтернативи за умови фіксованої траєкторії та відношення переваги на множині S_L.

Означення 2. Корисністю $e(\vec{f}_i | \xi)$ альтернативи $a_i \in A$ за умови траєкторії $\xi \in S_L$ будемо називати сумарне переоцінене значення елементів вектора $\vec{f}_i$:

$$e(\vec{f}_i | \xi) = \sum_{k=0}^{L} f_i(k, x_k), \quad (2)$$

де $f_i(k, x_k)$ обчислюються як (1).

Означення 3. Будемо казати, що для всіх $\xi, \eta \in S_L$ траєкторія ξ є не гіршою за траєкторію η ($\xi \underset{\sim}{\trianglerighteq} \eta$), якщо виконується нерівність

$$e(\vec{f}_i | \xi) \geq e(\vec{f}_i | \eta). \quad (3)$$

Для довільної $a_i \in A$ відношення $\underset{\sim}{\trianglerighteq}$ задовольняє аксіоми слабого порядку і породжує на множині S_L відношення еквівалентності ($\approx$) та строгої переваги ($\triangleright$).

Впорядковані траєкторії з множини S_L для альтернативи $a_i \in A$ перепозначимо як $\xi_{i1} \underset{\sim}{\trianglerighteq} \xi_{i2} \underset{\sim}{\trianglerighteq} ... \underset{\sim}{\trianglerighteq} \xi_{iN}$, $N = n^L$. Нормовану корисність e_{ij} альтернативи $a_i \in A$ за умови траєкторії $\xi_{ij} \in S_L$ будемо шукати як

$$e_{ij} = \frac{e(\vec{f}_i | \xi_{ij})}{\sum_{j=1}^{N} e(\vec{f}_i | \xi_{ij})}.$$

Зауважимо, що $e_{i1} \geq e_{i2} \geq ... \geq e_{iN}$. Для довготного $i = \overline{1, N}$ $e_{ij} \in [-1, 1]$, що означає, що можлива така поведінка зовнішнього середовища, при якій ОПР отримує збитки від впровадження альтернативи $a_i \in A$. Проте відразу відкидати таку альтернативу недоцільно, оскільки якщо ймовірність «поганого» результату є невелика та/або виплати при інших траєкторій є «добрі» то вибір такої альтернативи вже буде залежати від схильності ОПР до ризику. Крім цього, такий випадок є цікавим ще й тому, що найчастіше зустрічається на практиці. Оскільки будь-яка ОПР прагне отримати невід'ємний прибуток, то відкидання альтернатив, які є небажаними для ОПР, будемо здійснювати після побудови функції оцінювання.

Для побудови узагальненої оцінки альтернатив за основу взято критерій Ходжа-Лемана, який є лінійною згорткою критеріїв Байєса і Вальда і дозволяє використовувати можливу інформацію, що наявна в ОПР, але в той же час забезпечує заданий рівень гарантії у випадку, якщо ця інформація є неточна [4]. Проте такий критерій відображає поведінку лише несхильної до ризику ОПР, $\alpha \in [0, 0.5]$. Для врахування ОПР з різним відношенням до ризику узагальнений критерій будемо будувати як лінійну згортку критерію Байєса та критерію впорядкованого зваженого усереднення [3].

Критерій впорядкованого зваженого усереднення використовують коли для ОПР з відомим параметром $\alpha \in [0,1]$ немає жодної ймовірнісної інформації про поведінку зовнішнього середовища в майбутньому, або така ОПР немає довіри до апріорного розподілу, $\lambda = 0$. Найкраща серед альтернатив $a^* \in A$ для ОПР з параметром $\alpha \in [0,1]$ за критерієм впорядкованого зваженого середнього визначається наступним чином:

$$a^* \in \arg\max_{a_i \in A} \left\{ F^\alpha \left(e_{i1},..,e_{iN} \right) \right\},$$

де функція $F^\alpha : R^N \to R$ визначається як

$$F^\alpha \left(e_{i1},..,e_{iN} \right) = \sum_j^N w_i b_{ij} , \qquad (4)$$

де вектор $(b_{i1},...,b_{iN})$ утворений з впорядкованих за спаданням елементів вектора $\left(e_{i1},..,e_{iN} \right)$, $\vec{W}^\alpha = (w_1,...,w_N)$ – ваговий вектор, що задається відповідно до суб'єктивних суджень ОПР стосовно поведінки зовнішнього середовища в майбутньому і залежить від параметра α. Для елементів вектора $\vec{W}^\alpha$ виконується умова

$$\sum_k^N w_k = 1,\ w_k \in [0,1],\ k = \overline{1,N} . \qquad (5)$$

Зауважимо, що критерій впорядкованого зваженого усереднення узагальнює багато з класичних критеріїв, зокрема Вальда, Байєса, Гурвіца та ін. Так, для оптимістичної ОПР з параметром $\alpha = 1$ $\vec{W}^1 = (1,0,...,0)$ і при цьому оцінка (4) буде мати вигляд $F^\alpha \left(e_{i1},..,e_{iN} \right) = \max_j \{e_{ij}\}$. Для песимістичної ОПР $\vec{W}^0 = (0,...,0,1)$ і $F^\alpha \left(e_{i1},..,e_{iN} \right) = \min_j \{e_{ij}\}$. Для нейтральної до ризику ОПР з параметром $\alpha = 0.5$ ваговий вектор $\vec{W}^{0.5} = (1/N,...,1/N)$ і оцінка (4) має вигляд $F^\alpha \left(e_{i1},..,e_{iN} \right) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e_{ij}$. Якщо ваговий вектор $\vec{W}^\alpha = (\alpha,0,...0,1-\alpha)$ то оцінка (4) співпаде з оцінкою за критерієм Гурвіца, $F^\alpha \left(e_{i1},..,e_{iN} \right) = \alpha \cdot \max_j \{e_{ij}\} + (1-\alpha)\min_j \{e_{ij}\}$.

В [3] запропоновано наступну залежність між параметром $\alpha \in [0,1]$ і ваговим вектором $\vec{W}^\alpha = (w_1,...,w_N)$:

$$\alpha(w_1,...,w_N) = \sum_{j=1}^N \frac{N-j}{N-1} w_j . \qquad (6)$$

Очевидно, що для деякого фіксованого $\alpha \in [0,1]$ рівність (6) справедлива для деякої сім'ї векторів $\vec{W}^{\alpha}$. Для відшукання «оптимального» вектора, тобто такого який несе найбільше інформації про суб'єктивне ставлення ОПР до станів зовнішнього середовища, розроблено багато підходів [5, 6], на яких в даній роботі зупинятись не будемо. Будемо вважати, що для довготного $\alpha \in [0,1]$ відомий ваговий вектор $\vec{W}^{\alpha}$.

В основі критерію впорядкованого зваженого усереднення є впорядкування можливих значень функцій результату альтернативи. Оскільки за побудовою e_{ij} для всіх $i=\overline{1,m}$ і $j=\overline{1,N}$ є такими, що $e_{i1} \geq e_{i2} \geq ... \geq e_{iN}$, то оцінка (4) перепишеться як

$$F^{\alpha}\left(e_{i1},..,e_{iN}\right) = \sum_{j}^{N} w_i e_{ij} .$$

Як вже було зазначено вище, узагальнену оцінку альтернатив будемо визначати як лінійну згортку критеріїв Байєса і впорядкованого зваженого усереднення:

$$E_{MHL}^{\alpha}(a_i) = \lambda \sum_{j=1}^{N} \tilde{e}_{ij} p_j + (1-\lambda) \sum_{j=1}^{N} \tilde{e}_{ij} w_j , \qquad (7)$$

де параметр λ виражає ступінь довіри ОПР до апріорного розподілу, $\lambda \in [0,1]$, $\tilde{e}_{ij}$ – переоцінена нормована корисність альтернативи $a_i \in A$ при умові траєкторії $\xi_j \in S_L$, $p_j = P(\xi_j)$ – ймовірність того, що поведінку зовнішнього середовища в моменти часу $t \in T$ буде описуватись траєкторією $\xi_j \in S_L$, $\vec{W}^{\alpha} = (w_1,...,w_N)$ – ваговий вектор, елементи якого пов'язані з параметром α за допомогою рівності (6).

Переоцінена нормована корисність для всіх $a_i \in A$ і $\xi_j \in S_L$ будемо визначати наступним чином:

$$\tilde{e}_{ij} = \begin{cases} (w_j - p_j)e_{ij}, & w_j > p_j \\ (1 - w_j + p_j)e_{ij}, & w_j \leq p_j \end{cases} \qquad (8)$$

Зауважимо, що $\tilde{e}_{ij} \in (0, e_{ij}]$, причому $\tilde{e}_{ij} \to 0$ при $w_j \to p_j$, $w_j > p_j$ і $\tilde{e}_{ij} = e_{ij}$ при $w_j = p_j$. Переоцінена корисність показує як впливають апріорний розподіл і суб'єктивне судження ОПР стосовно поведінки зовнішнього середовища в майбутньому на корисність e_{ij}.

Множину індексів, для яких виконується нерівність $w_j > p_j$ позначимо через $I_{\{w_j > p_j\}}^{\alpha}$, а для яких $w_j \leq p_j$ через $I_{\{w_j \leq p_j\}}^{\alpha}$,

$I^{\alpha}_{\{w_j>p_j\}} \cup I^{\alpha}_{\{w_j\le p_j\}} = \{1,...,N\}$. Тоді оцінка (7) з врахуванням (8) перепишеться як:

$$\begin{aligned} E^{\alpha}_{MHL}(a_i) = \sum\nolimits_{j\in I^{\alpha}_{\{w_j>p_j\}}} \Big(\lambda p_j + (1-\lambda) w_j\Big)(w_j - p_j) e_{ij} + \\ + \sum\nolimits_{j\in I^{\alpha}_{\{w_j\le p_j\}}} \Big(\lambda p_j + (1-\lambda) w_j\Big)(1 - w_j + p_j) e_{ij}. \end{aligned} \tag{9}$$

Адекватність побудованої оцінки дослідимо в два етапи. Спершу покажемо, що у випадку повної довіри до апріорного розподілу оцінка (9) для песимістичної, оптимістичної та нейтральної до ризику ОПР буде співпадати з відповідними класичними оцінками у випадку виродженого апріорного розподілу. На другому етапі покажемо, що оцінка (9) для ОПР з параметрами $\alpha \in \{0, 0.5, 1\}$ не залежить від результату альтернативи для якого апріорна ймовірність відповідного стану зовнішнього середовища є 0.

Теорема 1. Якщо $p_{j_1} = 1$ для деякого $j_1 = \overline{1,N}$ і $p_j = 0$ для $j \ne j_1$ і $\lambda = 1$ то оцінка альтернатив (9) співпадає з класичною оцінкою $E^{\alpha}_{MHL}(a_i) = e_{ij}$ в умовах визначеності для ОПР з параметрами $\alpha \in \{0, 0.5, 1\}$.

Доведення. У випадку виродженого апріорного розподілу такого, що для деякого $j_1 = \overline{1,N}$ $p_{j_1} = 1$ і для всіх $j \ne j_1$ $p_j = 0$, для ОПР з параметрами $\alpha = 1$ не знайдеться такого j для якого $w_j > p_j$, тобто $I_{\{w_j>p_j\}} = \{\varnothing\}$. З врахуванням вигляду вагового вектора $\vec{W}^1 = (1, 0, ..., 0)$, оцінка (9) для $\lambda \in [0,1]$ перепишеться як:

$$E^{1}_{MHL}(a_i) = \sum\nolimits_{j=1}^{N} \Big(\lambda p_j + (1-\lambda) w_j\Big)(1 - w_j + p_j) e_{ij} = \begin{cases} e_{ij_1}, & j_1 = 1 \\ 2\lambda e_{ij_1}, & j_1 \ne 1 \end{cases}. \tag{10}$$

Для ОПР з параметром $\alpha = 0$ $I_{\{w_j>p_j\}} = \{\varnothing\}$ і оцінка (9) має вигляд:

$$E^{0}_{MHL}(a_i) = \sum\nolimits_{j=1}^{N} \Big(\lambda p_j + (1-\lambda) w_j\Big)(1 - w_j + p_j) e_{ij} = \begin{cases} e_{ij_1}, & j_1 = N \\ 2\lambda e_{ij_1}, & j_1 \ne N \end{cases}. \tag{11}$$

Для ОПР з параметром $\alpha = 0.5$ справедливо $I_{\{w_j\le p_j\}} = \{j_1\}$, тому оцінка (9) визначається як:

$$E^{0.5}_{MHL}(a_i) = \lambda \frac{2N-1}{N} e_{ij_1} + (1-\lambda)\frac{2N-1}{N} \sum\nolimits_{j=1}^{N} \frac{e_{ij}}{N}. \tag{12}$$

Твердження теореми випливає з рівностей (10), (11) і (12) при підстановці $\lambda = 1$. Теорему 1 доведено.

З теореми 1 випливає такий наслідок.

Наслідок 1. Нехай виконуються умови теореми 1 і $\lambda \in (0,1]$. Тоді критерій вибору найкращої альтернативи для ОПР з параметрами $\alpha \in \{0, 0.5, 1\}$ з використанням оцінки (9) має вигляд:

$$a^* \in \arg\max_{a_i \in A} \left\{ E^{\alpha}_{MHL}(a_i) \right\} = \arg\max_{a_i \in A} \left\{ e_{ij_1} \right\}.$$

Теорема 2. Якщо для деякого $j_0 = \overline{1, N}$ $p_{j_0} = 0$ і $p_{j_0} > 0$ $j \neq j_0$, тоді для довільної альтернативи $a_i \in A$ оцінка (9) для ОПР з параметрами $\alpha \in \{0, 0.5, 1\}$ не залежить від корисності e_{ij_0}.

Доведення. Нехай $\alpha = 1$. Оскільки у випадку $j_0 = 1$ $j_0 \in I^1_{\{w_j > p_j\}}$ то оцінка (9) набуде вигляду:

$$E^1_{MHL}(a_i) = (1-\lambda) e_{ij_0} + \sum\nolimits_{j=2}^{N} \left(\lambda p_j + (1-\lambda) w_j \right) \tilde{e}_{ij}. \tag{13}$$

У випадку $j_0 \neq 1$ то $j_0 \in I^1_{\{w_j \leq p_j\}}$ і оцінка (9) перепишеться як:

$$E^1_{MHL}(a_i) = \sum\nolimits_{j=1, j \neq j_0}^{N} \left(\lambda p_j + (1-\lambda) w_j \right) \tilde{e}_{ij}. \tag{14}$$

З (13) слідує, що при $\lambda = 1$, тобто у випадку абсолютної довіри до апріорного розподілу, корисність e_{ij_0} не буде впливати на оцінку альтернативи. У випадку коли $j_0 = 1$ $e_{ij_0} = \max_j \{e_{ij}\}$ тому із зменшенням довіри до ймовірнісної інформації про поведінку зовнішнього середовища в майбутньому найкращий із результатів альтернативи буде більше впливати на оцінку самої альтернативи для оптимістичної ОПР. А з (14) легко бачити, що оскільки при $j_0 \neq 1$ $e_{ij_0} < \max_j \{e_{ij}\}$ то e_{ij_0} не впливає на результат при довільних значеннях параметра $\lambda \in [0,1]$.

Нехай тепер $\alpha = 0$. У випадку $j_0 = N$ слідує, що $j_0 \in I^0_{\{w_j > p_j\}}$. Тому оцінка (9) набуде вигляду:

$$E^0_{MHL}(a_i) = (1-\lambda) e_{ij_0} + \sum\nolimits_{j=1}^{N-1} \left(\lambda p_j + (1-\lambda) w_j \right) \tilde{e}_{ij}. \tag{15}$$

Якщо $j_0 \neq N$ то $j_0 \in I^0_{\{w_j \leq p_j\}}$ і оцінка $E^0_{MHL}(a_i)$ співпаде з (14), а це означає, що при довільних значеннях $\lambda \in [0,1]$ корисність e_{ij_0} не впливає на оцінку альтернативи. Якщо $j_0 = N$ то $e_{ij_0} = \min_j \{e_{ij}\}$ і песимістична ОПР не буде враховувати найгірший результат тільки у випадку повної довіри до апріорного розподілу.

Нехай $\alpha = 0.5$, тоді $j_0 \in I^{0.5}_{\{w_j > p_j\}}$ і оцінка (9) перепишеться:

$$E^{0.5}_{MHL}(a_i) = \frac{(1-\lambda)}{N^2} e_{ij_0} + \sum\nolimits_{j=1, j \neq j_0}^{N} \left(\lambda p_j + (1-\lambda) w_j \right) \tilde{e}_{ij} . \qquad (16)$$

Отже, для нейтральної до ризику ОПР при повній довірі до апріорного розподілу корисність e_{ij_0} не впливає на оцінку альтернативи для довільного j_0. Теорему 2 доведено.

Отже, найкраща альтернатива a^* для ОПР з параметром α і з рівнем довіри λ до апріорного розподілу будемо визначати як

$$a^* \in \arg\max\nolimits_{a_i \in A} \left\{ E^{\alpha}_{MHL}(a_i) \right\} , \qquad (17)$$

де $E^{\alpha}_{MHL}(a_i)$ обчислюється як (9).

Приклад. Нехай задана ситуація прийняття рішень $\{A, F, S, \alpha\}$, де $A = \{a_1, a_2\}$, причому альтернативи в дискретні моменти часу $T = \{0,1,2\}$ визначаються як $\vec{f}_1 = (-1, 0.65, 0.5)$ і $\vec{f}_2 = (-1, 0.435, 0.735)$ відповідно; $S = \{s_1, s_2\}$ для яких $r(s_1) = 11\%$, $r(s_2) = 8\%$. Припустимо, що для ОПР з параметром $\alpha = 0.54$ відомий розподіл ймовірностей $\vec{P} = (0.2, 0.5, 0.1, 0.2)$ на множині траєкторій $S_2 = \{(s_1, s_1), (s_1, s_2), (s_2, s_1), (s_2, s_2)\}$. Потрібно обрати найкращу альтернативу за умови.

Після нескладних обчислень описаних в роботі отримаємо, що оцінка (9) альтернатив a_1 і a_2 буде мати наступний вигляд: $E^{0.54}_{MHL}(a_1) = \lambda \cdot 0.56 + (1-\lambda) \cdot 0.13$ і $E^{0.54}_{MHL}(a_2) = \lambda \cdot 0.62 + (1-\lambda) \cdot 0.14$ відповідно. Звідки слідує, що при довільному рівню довіри $\lambda \in [0,1]$ для ОПР з параметром $\alpha = 0.54$ альтернатива a_2 є кращою за a_1.

Висновки. Запропонований узагальнений критерій вибору альтернатив за умов відомого апріорного розподілу враховує відношення ОПР до ризику і міру його довіри до відомого розподілу ймовірностей. За припущенням альтернативи описуються скінченним набором значень функцій результату і мають однакову довжину $L \geq 1$. Зауважимо, що у випадку, якщо альтернативи мають різну довжину то для нормування можна використати процедуру укрупнення описану в [7].

Отже, побудова оцінки альтернатив, що описуються скінченими послідовностями функції результату в дискретні моменти часу значно розширює сферу практичного застосування таблиць рішень. Так, наприклад, використовуючи побудовану узагальнену оцінку можна порівнювати інвестиційні проекти, фінансові потоки однакової та різної тривалості, тощо.

Список використаних джерел:

1. Аналіз вигід і витрат : практ. посіб. / [пер. з англ. С. Соколик ; наук. ред. О. Кісілевич]. – К. : Основи, 2000. – 175 с.
2. Бронштейн Е. М. О показателях инвестиционных проектов / Е. М. Бронштейн // Экономика и математические методы. – М., 2008. – Т. 44, № 1. – С.137–141.
3. Yager R. R. On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decision making / R. R. Yager // IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics. – 1988. – № 18. – P. 183–190.
4. Клейнер Я. С. Прийняття рішень : моделі і системи : навч. посіб. / Я. С. Клейнер. – Донецьк : ВИК, 2005. – 231 с.
5. O'Hagan M. Using maximum entropy-ordered weighted averaging to construct a fuzzy neuron / M. O'Hagan // The 24th Asilomar Conference on Signal Systems and Computers, IEEE and Maple press, CA., 1990. – Vol. 11. – P. 618–623.
6. Cables Perez E. OWA weights determination by means of linear functions / E. Cables Perez, M. Teresa Lamata // Mathware & Soft Computting. – 2009. – № 18. – P. 107–122.
7. Єлейко Я. І. Про поведінку фінансових потоків під впливом зовнішніх чинників / Я. І. Єлейко, А. А. Музичук // Вісник Львівського університету. Серія "Прикладна математика та інформатика" / [відп. за вип. Г. Шинкаренко]. – Львів, 2007. – № 12. – С. 170–180.

Generalized criteria of choosing the best alternative from the finite set under the condition of known prior distribution of the environment states is proposed. It is assumed that each alternative describes by finite sequences of result functions in discrete moments of time. Derived criterion takes into account the decision maker's attitude towards risk and measure of confidence to known probabilistic distribution.

Key words: *optimal decision making, finite sequences analysis, alternative's estimation, risk attitude.*

Отримано: 12.04.2010