УДК 519.8(075)

В. П. Лісовська, канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Т. В. Манжос, канд. фіз.-мат. наук, доцент
ДВНЗ «КНЕУ імені Вадима Гетьмана», м. Київ

ПРО ЕФЕКТ ЦЕНТРАЛІЗАЦІЇ УПРАВЛІННЯ ЗАПАСАМИ ЗА НОРМАЛЬНО РОЗПОДІЛЕНОГО ПОПИТУ

У статті розглянуто одноперіодну однопродуктову модель управління запасами підприємств у випадках децентралізованого та централізованого (холдинг) управління за нормально розподіленого попиту на ресурс. Доведено ефективність об'єднання однопрофільних підприємств у холдинг з точки зору мінімізації витрат на систему управління запасами.

Ключові слова: *оптимальний розмір запасу, мінімізація витрат, одноперіодні моделі управління запасами.*

Постановка проблеми. Інтеграція підприємств і створення сучасних структур корпоративного типу — холдингових компаній, промислово-фінансових та інших груп є однією із сучасних тенденцій розвитку світової економіки. Конкурентоздатність національної економіки розвинутих країн багато в чому визначається наявністю сектору потужних горизонтально або вертикально інтегрованих структур, в рамках яких досягається концентрація промислового капіталу, інвестиційних ресурсів, наукомістких технологій. Такий корпоративний сектор можна розглядати як основу сучасної конкурентної економіки.

Об'єктивні інтеграційні процеси є характерними і для вітчизняної економіки. Створюються різні підприємницькі об'єднання холдингового типу. Очевидно, вони мають низку переваг, які пояснюються перевагами централізованого фінансово-економічного управління підприємствами, у тому числі зниженням ризиків, економією трансакційних витрат, ростом можливостей фінансового і податкового маневрування та ін. Крім того, одним з найважливіших питань, що стоїть перед холдингом, є вирішення проблеми ефективного управління запасами. Вирішення даної проблеми при виборі правильних стратегій може знизити сукупні витрати, пов'язані із закупівлею, зберіганням та можливою недостачею певного матеріального ресурсу, такого як, наприклад, сировина, комплектуючі тощо. Довести наявність позитивного ефекту об'єднання (централізації) з точки зору управління запасами можна на основі порівняння середніх витрат, що здійснюються окремими однопрофільними підприємствами, і такими ж витратами у випадку їх об'єднання в горизонтально інтегрований холдинг. Адже для того, щоб довести економічну ефективність створення холдингів з точки зору управління запасами слід показати ефект зниження витрат при централізованому управлінні, про що піде мова в статті.

Аналіз досліджень та публікацій з проблеми. Питання про порівняння витрат на управління запасами підприємств у випадках, коли весь закуповуваний матеріальний ресурс для задоволення сумарного попиту зберігається на одному складі та окремо на складах підприємств для задоволення потреб кожного з них було розглянуто ще в 1979 р. Еппеном. У його роботі [1] вивчається одноперіодна модель з нормально розподіленим попитом на певний ресурс кожного з підприємств, якщо витрати на зберігання та дефіцитність для усіх підприємств однакові. Автором, зокрема, доведено, що у випадку централізації, очікувані витрати на управління запасами знижуються.

Чен і Лін [2, 3] розглянули аналогічну задачу, але без вимоги нормальності попитів кожного з підприємств. Крім того, ними було замінено лінійні функції витрат зберігання та дефіцитності на опуклі.

У роботі [4] Лін і Хванг узагальнили розглянуті вище випадки, додавши до розгляду витрати на перевезення та врахувавши можливу затримку поставок.

А. Шміттом широко розглянуто питання ризику об'єднання чи автономності підприємств у прийнятті рішень щодо замовлення та зберігання запасів з урахуванням зриву поставок [5].

Виклад основного матеріалу. Розглянемо одноперіодну модель з миттєвим попитом, яка в літературі з теорії управління запасами відома як «задача продавця газет» (англ. «newsvendor problem»). Це означає, що матеріальний ресурс на певний період замовляється кожним з n підприємств лише один раз і попит X_i, $1 \le i \le n$, на цей ресурс, обумовлений виробничими планами i-того підприємства, відомий на початку періоду. Тоді сумарний попит на даний період $X = \sum_{i=1}^{n} X_i$.

Нехай випадкові величини X_i, $1 \le i \le n$, — нормально розподілені з параметрами відповідно (μ_i, σ_i^2). Тоді їх сума X теж має нормальний закон розподілу [6, с. 279] з параметрами

$$\mu = \sum_{i=1}^{n} \mu_i \,, \ \sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 + 2 \sum_{1 \le i < j \le n} \sigma_i \sigma_j r_{ij} \,,$$

де r_{ij} — коефіцієнт кореляції випадкових величин X_i, X_j.

Порівняємо середні витрати на систему управління запасами у випадках, коли однопрофільні підприємства здійснюють закупівлі самостійно, в залежності від власних потреб, та коли вони об'єднані в холдинг і управління запасами здійснюється централізовано, за рівних зовнішніх умов.

Нехай потрібний для n однопрофільних підприємств матеріальний ресурс (наприклад сировина, матеріали тощо), зберігається на складі A. Введемо наступні позначення: C — ціна одиниці продукції; H і D_i — питомі витрати зберігання та дефіцитності для кожного підприємства відповідно (на одиницю продукції за етап), які не залежать від закупівельної ціни; C_i — питомі витрати на перевезення розглядуваного ресурсу від пункту A до підприємства з номером i, $1 \le i \le n$. Зазначимо, що витрати дефіцитності кожного підприємства, які визначаються втраченим прибутком, виплатами штрафів тощо, можуть дещо різнитися між собою, тому в загальному випадку для них було введено різні позначення. Рівень наявного запасу на підприємстві з номером i до здійснення замовлення будемо вважати рівним y_i.

Розглянемо спочатку модель, коли кожне з підприємств здійснює політику формування запасів самостійно (децентралізовано). За припущення неперервності величини запасу q на даний період та відсутності витрат на його оформлення маємо таку функцію очікуваних витрат для кожного підприємства:

$$L_i(q) = (C + C_i)(q - y_i) + H\int_0^q (q - x) f_i(x)dx + D_i \int_q^\infty (x - q) f_i(x)dx, \quad (1)$$

де $f_i(x)$ — щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X_i, $1 \le i \le n$.

Знайдемо оптимальні розміри замовлення для кожного підприємства мінімізуючи функції L_i. Для цього знайдемо похідну:

$$\frac{dL_i}{dq} = C + C_i + H\int_0^q f_i(x)dx - D_i \int_q^\infty f_i(x)dx =$$

$$= C + C_i + H\int_0^q f_i(x)dx - D_i(1 - \int_0^q f_i(x)dx) = C + C_i + (H + D_i)F_i(q) - D_i,$$

де $F_i(\cdot)$ — функції розподілу ймовірностей випадкових величин X_i, $1 \le i \le n$.

Оскільки $\frac{d^2 L_i}{dq^2} = (H + D_i) f_i(q) > 0$, $\forall q$, то функція вгнута на своїй області визначення. Прирівнявши першу похідну до нуля, отримаємо рівняння для знаходження оптимального розміру запасу:

$$F_i(q) = \frac{D_i - C_i - C}{D_i + H}, \text{ або } \Phi\left(\frac{q - \mu_i}{\sigma_i}\right) = \frac{D_i - C_i - C}{D_i + H} - \frac{1}{2}, \ 1 \le i \le n,$$

за припущення, що $D_i \geq C + C_i$ (тут $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ — функція Лапласа).

Отже, оптимальні розміри замовлень для кожного підприємства на даний період складають:

$$q_i^* = \sigma_i \Phi^{-1}\left(\frac{D_i - C_i - C}{D_i + H} - \frac{1}{2}\right) + \mu_i, \ 1 \leq i \leq n. \quad (2)$$

Знайдемо сумарні очікувані витрати усіх підприємств на систему управління запасами у розглядуваному випадку (децентралізована модель).

Врахувавши властивість нормування та той факт, що

$$\int_0^q x f_i(x) dx = \mu_i - \int_q^\infty x f_i(x) dx,$$

отримаємо

$$L_i(q) = (C + C_i)(q - y_i) + Hq\left(1 - \int_q^\infty f_i(x) dx\right) - H\mu_i +$$

$$+ (H + D_i)\int_q^\infty x f_i(x) dx - D_i q \int_q^\infty f_i(x) dx.$$

Далі врахувавши, що $\int_q^\infty f_i(x) dx = 0,5 - \Phi\left(\frac{q - \mu_i}{\sigma_i}\right)$ та виконавши перетворення, отримаємо

$$L_i(q) = (C + C_i)(q - y_i) + \frac{q}{2}(H - D_i) - H\mu_i +$$

$$+ (H + D_i)\left(q\Phi\left(\frac{q - \mu_i}{\sigma_i}\right) + \int_q^\infty x f_i(x) dx\right). \quad (3)$$

Виразимо інтеграл, присутній у виразі (3), через значення відомих функцій. Отже,

$$\int_q^\infty x f_i(x) dx = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \int_q^\infty x e^{-\frac{(x-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}} dx =$$

$$= \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \int_q^\infty (x - \mu_i) e^{-\frac{(x-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}} dx + \frac{\mu_i}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \int_q^\infty e^{-\frac{(x-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}} dx =$$

$$= -\frac{\sigma_i}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}} \Big|_q^{\infty} + \mu_i \left(0,5 - \Phi\left(\frac{q-\mu_i}{\sigma_i} \right) \right) =$$

$$= \frac{\sigma_i}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}} + \frac{\mu_i}{2} - \mu_i \Phi\left(\frac{q-\mu_i}{\sigma_i} \right).$$

Звідки остаточно маємо

$$\int_q^{\infty} x f(x) dx = \sigma_i \varphi\left(\frac{q-\mu_i}{\sigma_i} \right) + \frac{\mu_i}{2} - \mu_i \Phi\left(\frac{q-\mu_i}{\sigma_i} \right), \qquad (4)$$

де $\varphi(\cdot)$ — щільність стандартного нормального розподілу .

Скориставшись рівностями (2), (3) і (4) після спрощень одержимо

$$L_i(q_i^*) = (C + C_i)(\mu_i - y_i) + (H + D_i)\sigma_i \cdot \varphi\left(\frac{q_i^* - \mu_i}{\sigma_i} \right). \qquad (5)$$

Отже, сума очікуваних витрат підприємств на управління запасами у цьому випадку складає

$$\sum_{i=1}^{n} L_i(q_i^*) = C(\mu - y) + \sum_{i=1}^{n} C_i(\mu_i - y_i) + $$
$$+ \sum_{i=1}^{n} (H + D_i)\sigma_i \varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{D_i - C_i - C}{D_i + H} - \frac{1}{2} \right) \right], \qquad (6)$$

де $\sum_{i=1}^{n} y_i = y$ — наявний на момент здійснення замовлення сумарний запас.

Тепер розглянемо централізовану модель: однопрофільні підприємства об'єднані в холдинг і управління запасами здійснюється централізовано.

Розв'яжемо задачу знаходження оптимального розміру замовлення через мінімізацію очікуваних витрат на управління запасами. За припущення відсутності витрат на оформлення замовлення обсягом $(q - y)$ функція очікуваних витрат буде сумою витрат на закупівлю, зберігання у випадку залишку, доставку товару до підприємств і витрат дефіцитності у випадку недостачі. Зрозуміло, що оскільки сумарний попит X виникає після отримання партії товару q, то у випадку недостачі його слід розподілити між підприємствами так, щоб витрати, пов'язані з дефіцитністю, були мінімальними. Тому крім змінної рішень q, введемо ще змінні $p_1, p_2, \dots p_n$ (такі, що $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$,

$p_i \geq 0$ для будь-якого $i = \overline{1,n}$), які будуть характеризувати у випадку загальної недостачі ресурсу після виникнення попиту розподіл недостач по підприємствах. У такому разі на підприємство з номером i буде доставлено $x_i - (x-q)p_i - y_i$ кількість ресурсу (тут x, x_i — реалізації випадкових величин *X, X_i*, $1 \leq i \leq n$, відповідно). Визначимо $f(x)$ як функцію щільності розподілу ймовірностей сумарного попиту X.

Отже, цільова функція в цьому випадку має вигляд:

$$L(q, p_1, ..., p_n) = C(q-y) + H\int_0^q (q-x)f(x)dx + \sum_{i=1}^{n} C_i(\mu_i - y_i) +$$

$$+\left(\sum_{i=1}^{n}(D_i - C_i)p_i\right)\int_q^{\infty}(x-q)f(x)dx$$

за умов

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} p_i = 1, \\ p_i \geq 0, \quad \forall i = \overline{1,n}. \end{cases} \tag{7}$$

Основне завдання полягає у знаходженні умовного мінімуму функції $L(q, p_1, p_2, ..., p_n)$. Оскільки розглядувана функція є лінійною відносно змінних p_i, $1 \leq i \leq n$, то при кожному фіксованому значенні q вона може досягати мінімуму в одній з вершин *n*-вимірного многогранника, заданого умовами (7): $B_1(1;0;0;...0)$, $B_2(0;1;0;...;0)$, $B_3(0;0;1;...0)$, … , $B_n(0;0;0;...1)$. Цей факт випливає з теореми лінійного програмування, відомої під назвою симплекс-методу [7, с. 100]. Неважко переконатись, що функція $L_q(p_1,...,p_n)$ буде досягати мінімуму в точці $B_{i*} \in \{B_i \mid 1 \leq i \leq n\}$ такій, що $D_{i*} - C_{i*} = \min\{D_i - C_i \mid 1 \leq i \leq n\}$.

Зафіксуємо такий номер i^*. Розв'яжемо тепер задачу мінімізації функції

$$L(q) = L(q, p_1, ..., p_n)\Big|_{B_{i*}} = C(q-y) + H\int_0^q (q-x)f(x)dx +$$

$$+\sum_{i=1}^{n} C_i(\mu_i - y_i) + (D_{i*} - C_{i*})\int_q^{\infty}(x-q)f(x)dx.$$

Для цього знайдемо похідні:

$$\frac{dL}{dq} = C + H\int_0^q f(x)dx - (D_{i*} - C_{i*})\int_q^{\infty} f(x)dx =$$

$$= C + H\int_0^q f(x)dx - (D_{i*} - C_{i*})\left(1 - \int_0^q f(x)dx\right) =$$

$$= C - D_{i*} + C_{i*} + (H + D_{i*} - C_{i*})\int_0^q f(x)dx ,$$

$$\frac{d^2L}{dq^2} = H \cdot f(q) + (D_{i*} - C_{i*}) f(q) > 0 , \ \forall q .$$

Таким чином, щоб знайти точку мінімуму функції L, прирівняємо її першу похідну до нуля

$$C - D_{i*} + C_{i*} + (H + D_{i*} - C_{i*})\int_0^q f(x)dx = 0 .$$

Звідси отримаємо таке рівняння відносно q:

$$F(q) = \frac{D_{i*} - C_{i*} - C}{D_{i*} - C_{i*} + H}, \text{ або } \Phi\left(\frac{q-\mu}{\sigma}\right) = \frac{D_{i*} - C_{i*} - C}{D_{i*} - C_{i*} + H} - \frac{1}{2},$$

де $F(\cdot)$ — функція розподілу ймовірностей випадкової величини X.

Отже, оптимальний розмір замовлення ресурсу на етап для холдингу

$$q^* = \sigma \cdot \Phi^{-1}\left(\frac{D_{i*} - C_{i*} - C}{D_{i*} - C_{i*} + H} - \frac{1}{2}\right) + \mu . \qquad (8)$$

Аналогічно до випадку одного підприємства можна показати, що мінімальні очікувані витрати на управління запасами для холдингу будуть складати:

$$\begin{aligned} L(q^*) &= C(\mu - y) + \sum_{i=1}^{n} C_i(\mu_i - y_i) + \\ &+ (H + D_{i*} - C_{i*})\sigma\varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{D_{i*} - C_{i*} - C}{D_{i*} - C_{i*} + H} - \frac{1}{2}\right)\right]. \end{aligned} \qquad (9)$$

Отже, очікувані мінімальні витрати на етап для обох моделей — децентралізованої та централізованої — знайдено. Для того, щоб їх порівняти, сформулюємо та доведемо допоміжну лему.

Лема 1. Функція $T(x) = x \cdot \varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{1}{2} - \frac{a}{x}\right)\right]$, $a > 0$, $a = const$, $x \in [a, +\infty)$ є монотонно зростаючою на всій області визначення.

Доведення. Зазначимо, що $T_1(x) = x \cdot \varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{a}{x} - \frac{1}{2}\right)\right] \equiv T(x)$ (це випливає з непарності функції Φ^{-1} та парності функції φ). Знайдемо похідну:

$$\frac{dT_1}{dx} = \varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{a}{x}-\frac{1}{2}\right)\right] - x\cdot\Phi^{-1}\left(\frac{a}{x}-\frac{1}{2}\right)\times$$

$$\times\varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{a}{x}-\frac{1}{2}\right)\right]\cdot\frac{1}{\varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{a}{x}-\frac{1}{2}\right)\right]}\left(-\frac{a}{x^2}\right)=$$

$$=\varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{a}{x}-\frac{1}{2}\right)\right]+\frac{a}{x}\Phi^{-1}\left(\frac{a}{x}-\frac{1}{2}\right).$$

Покажемо, що $\frac{dT_1}{dx}>0$, $\forall\ x\in[a,+\infty)$. Функція $T_2(t)=\varphi(t)+$ $+t\left(\Phi(t)+\frac{1}{2}\right)$, $t\in(-\infty,+\infty)$ при $t=\Phi^{-1}\left(\frac{a}{x}-\frac{1}{2}\right)$ є тотожною $\frac{dT_1}{dx}$, тому достатньо довести, що $T_2(t)$ додатна на своїй області визначення.

Дійсно, оскільки $\frac{dT_2}{dt}=-t\varphi(t)+\Phi(t)+t\varphi(t)+\frac{1}{2}=\Phi(t)+\frac{1}{2}>0$ і

$$\lim_{t\to-\infty}\left(\varphi(t)+t\left(\Phi(t)+\frac{1}{2}\right)\right)=\lim_{t\to-\infty}\frac{t}{\left(\Phi(t)+\frac{1}{2}\right)^{-1}}=\lim_{t\to-\infty}-\frac{1}{\left(\Phi(t)+\frac{1}{2}\right)^{-2}\varphi(t)}=$$

$$=\lim_{t\to-\infty}-\frac{\left(\Phi(t)+\frac{1}{2}\right)^2}{\varphi(t)}=\lim_{t\to-\infty}-\frac{2\left(\Phi(t)+\frac{1}{2}\right)\varphi(t)}{-t\varphi(t)}=\lim_{t\to-\infty}\frac{2\Phi(t)+1}{t}=0$$

(для знаходження границі було двічі використано правило Лопіталя), то функція $T_2(t)$ монотонно зростаюча на області визначення та $\lim\limits_{t\to-\infty}T_2(t)=0$. Звідси випливає, що вона є додатною $\forall t\in R$, а отже, лему доведено.

Сформулюємо основне твердження цієї статті.

Теорема. Якщо X_i, $1\le i\le n$, — нормально розподілені випадкові величини, то є справедливою нерівність

$$\sum_{i=1}^{n}L_i(q_i^*)>L(q^*).$$

Доведення. З використанням формули (6) і леми 1 одержимо:

$$\sum_{i=1}^{n}L_i(q_i^*)=C(\mu-y)+\sum_{i=1}^{n}C_i(\mu_i-y_i)+\sum_{i=1}^{n}(H+D_i)\sigma_i\varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{D_i-C_i-C}{D_i+H}-\frac{1}{2}\right)\right]>$$

$$> C(\mu - y) + \sum_{i=1}^{n} C_i(\mu_i - y_i) + \sum_{i=1}^{n} (H + D_i - C_i)\sigma_i \varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{D_i - C_i - C}{D_i - C_i + H} - \frac{1}{2}\right)\right] =$$

$$= C(\mu - y) + \sum_{i=1}^{n} C_i(\mu_i - y_i) + \sum_{i=1}^{n} (H + D_i - C_i)\sigma_i \varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{1}{2} - \frac{H + C}{D_i - C_i + H}\right)\right] >$$

$$> C(\mu - y) + \sum_{i=1}^{n} C_i(\mu_i - y_i) + (H + D_{i*} - C_{i*})\varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{1}{2} - \frac{H + C}{D_{i*} - C_{i*} + H}\right)\right]\sum_{i=1}^{n}\sigma_i \, .$$

Оскільки $\left|r_{ij}\right| \le 1$, то $\sum_{i=1}^{n}\sigma_i \ge \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2 + 2\sum_{1\le i<j\le n}\sigma_i\sigma_j r_{ij}} = \sigma$, причому рівність досягається, якщо $r_{ij} = 1$, $\forall i, j$. Тому з викладеного вище і формули (9) випливає:

$$\sum_{i=1}^{n} L_i(q_i^*) >$$

$$> C(\mu - y) + \sum_{i=1}^{n} C_i(\mu_i - y_i) + (H + D_{i*} - C_{i*})\varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{1}{2} - \frac{H + C}{D_{i*} - C_{i*} + H}\right)\right]\sum_{i=1}^{n}\sigma_i \ge$$

$$\ge C(\mu - y) + \sum_{i=1}^{n} C_i(\mu_i - y_i) + (H + D_{i*} - C_{i*})\sigma\varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{D_{i*} - C_{i*} - C}{D_{i*} - C_{i*} + H} - \frac{1}{2}\right)\right] = L(q^*) \, .$$

Теорему доведено.

Таким чином, доведено доцільність об'єднання підприємств у компанії холдингового типу, адже середні сумарні витрати на управління запасами за реалізації оптимальних стратегій в такому разі зменшуються. Зазначимо, що цей результат було отримано лише для нормального розподіленого попиту на ресурс. Це виправдано тим, що на практиці цей закон розподілу зустрічається найчастіше, адже на попит впливає значна кількість незалежних факторів. Результат, отриманий в теоремі, є природнім, адже за рахунок управлінських рішень холдингу можна зменшити витрати, наприклад, на перевезення у випадку недостачі. Крім того, є можливість врахувати різницю витрат підприємств, пов'язаних з дефіцитністю, що також допомагає зменшити очікувані витрати. З іншого боку, якщо немає прямої лінійної залежної між X_i та X_j хоча б для одної пари номерів i, j, то зменшення витрат за централізованого управління запасами досягається також за рахунок ймовірнісної природи змінних X_i, $1 \le i \le n$, та взаємного «погашення» їх варіацій у варіації суми $\sum_{i=1}^{n} X_i$. Причому зменшення коефіцієнтів кореляції між змінними X_i і X_j, $1 \le i, j \le n$, підсилює вказаний ефект. Якщо ж усі $r_{ij} = 0$ і, наприклад, $\sigma_i = \sigma_j = \sigma_0$, $\forall i, j$, то $\sum_{i=1}^{n} \sigma_i = n\sigma_0 \ge \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2} = \sqrt{n}\sigma_0 = \sigma$. У такому разі зменшення витрат буде прямо пропорційним до кількості підприємств n.

Висновки. Розглянуто одноперіодні однопродуктові моделі управління запасами з централізованим (холдинг) та децентралізованим управлінням. Зокрема доведено, що ефект об’єднання підприємств з точки зору планування закупівель та створення запасів є позитивним. Зазначимо, що в розглянутій задачі ціна одиниці закуповуваного ресурсу не залежала від обсягу партії. Зрозуміло, що за надання закупівельних знижок позитивний ефект централізованого управління запасами може збільшитись, тому перспективним напрямком подальших досліджень є порівняння очікуваних витрат, за умов надання різних видів закупівельних знижок. Крім того, важливо оцінити, на скільки зменшуються такі витрати при переході від децентралізованого управління до централізованого.

Також напрямками подальших досліджень можуть стати розв’язання задач, аналогічних до розглянутої в статті, за умов, коли випадкові величини X_i, $1 \le i \le n$, мають відмінні від нормального закони розподілу.

Список використаних джерел:

1. Eppen G. D. Effects of centralization on expected costs in a multi-location newsboy problem / G. D. Eppen // Management Science. — 1979. — Vol. 25. — P. 498–501.
2. Chen M. S. Effects of centralization on expected costs in a multi-location newsboy problem / M. S. Chen, C. T. Lin // The Journal of the Operational Research Society. — 1989. — Vol. 4. — P. 597–602.
3. Chen M. S. An example of disbenefits of centralized stocking / M. S. Chen, C. T. Lin // The Journal of the Operational Research Society. — 1990. — Vol. 41. — P. 259–262.
4. Lin C. T. A generalization of Chang and Lin’s model in a multi-location newsboy problem / C. T. Lin, S. N. Hwang // Information and Management Sciences. — 1998. — Vol. 9. — P. 11–18.
5. Centralization versus decentralization: Risk pooling, risk diversification, and supply uncertainty in a one-warehouse multiple-retailer system / A. J. Schmitt, L. V. Snyder, Z. M. Shen. — Режим доступу: http://www.ieor.berkeley.edu-/~shen/webpapers/V.17.pdf
6. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. — 4-е изд. стер. — М. : Наука, 1969.— 576 с.
7. Ланге О. Оптимальные решения / О. Ланге ; пер. с пол. В. Д. Меникера. — М. : Прогресс, 1967. — 287 с.

We study the question of comparison of minimal expected costs in cases centralized and decentralized inventory models if demand is normally distributed.

Key words: *optimal lot size, minimization of holding and stock-out costs, single-period inventory models.*

Отримано: 20.09.2012

УДК 517.937

В. А. Літовченко, д-р фіз.-мат. наук

Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича, м. Чернівці

СИЛЬНА СТАБІЛІЗАЦІЯ РОЗВ'ЯЗКІВ ОДНОГО ПСЕВДОДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ІНТЕГРАЛЬНОГО ВИГЛЯДУ

Сформульовано та доведено теорему про сильну стабілізацію класичних розв'язків одного параболічного рівняння інтегрального вигляду з оператором Бесселя дробового інтегродиференціювання з додатним параметром. Граничні значення цих розв'язків є згортувачами у просторах основних функцій, елементи яких мають характерні для фундаментального розв'язку задачі Коші цього рівняння властивості гладкості та поведінку в околі нескінченно віддалених просторових точок.

Ключові слова: *стабілізація розв'язку, задача Коші, згортувач, псевдодиференціальне рівняння.*

Вступ. Під стабілізацією розв'язку $u(t,\cdot)$ задачі Коші для параболічного рівняння розуміють існування у цього розв'язку границі при $t \to +\infty$, яка трактується у тому чи іншому розумінні. Перші дослідження зі стабілізації розв'язків задачі Коші для простіших рівнянь параболічного типу були започатковані М. Кжижанським ще в 50-х роках минулого століття. Він, зокрема, побудував приклад обмеженої початкової функції, з якою розв'язок задачі Коші для класичного рівняння теплопровідності не має границі при $t \to +\infty$. Його ідея неодноразово використовувалась іншими дослідниками при побудові прикладів, що характеризують поведінку розв'язків у залежності від властивостей початкових функцій. У більшості праць (див., наприклад, огляд літератури в [1]), присвячених стабілізації розв'язків задачі Коші для тих чи інших рівнянь або систем рівнянь параболічного типу припускається, що початкова функція є звичайною, тобто досліджуються властивості розв'язків класичної задачі Коші. Значно менше це

