

УДК 539.3

DOI: 10.32626/2308-5878.2022-23.87-97

Р. С. Мусій, д-р. фіз.-мат. наук, професор,

Н. Б. Мельник, канд. фіз.-мат. наук,

І. Г. Свідрак, канд. техн. наук,

В. К. Шиндер, канд. фіз.-мат. наук

Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів

АНАЛІЗ ТЕПЛООВОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОГО ТРУБЧАСТОГО ЕЛЕМЕНТА З ТОНКИМ ЗОВНІШНІМ ЕЛЕКТРОПРОВІДНИМ ПОКРИТТЯМ ЗА ДІЇ НЕУСТАЛЕНОГО ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ

Розглянуто електропровідний трубчастий елемент з тонким зовнішнім електропровідним покриттям за дії неусталеного електромагнітного поля радіочастотного діапазону. Для аналізу теплового режиму сформульовано початково-крайову задачу електродинаміки для двошарового електропровідного неферромагнітного порожнистого циліндра за дії зовнішнього нестационарного електромагнітного поля. Електромагнітне поле задане значеннями осьової компоненти вектора напруженості магнітного поля на внутрішній та зовнішній поверхнях циліндра. Для побудови загальної розв'язку сформульованої початково-крайової задачі використано квадратичну апроксимацію ключової функції (осьової компоненти вектора напруженості магнітного поля) за радіальною координатою в кожному складовому шарі (основі і покритті) порожнистого циліндра. У результаті вихідна початково-крайова задача на ключову функцію зведена до задачі Коші за часовою змінною на інтегральні за радіальною координатою характеристики ключової функції. Коефіцієнти апроксимаційних поліномів подано через інтегральні характеристики ключової функції та задані її значення на внутрішній та зовнішній поверхнях циліндра як функції часу. Розв'язок задачі Коші отримано з допомогою інтегрального перетворення Лапласа. Записано вирази ключової функції у кожному складовому шарі циліндра у вигляді квадратичних поліномів, коефіцієнтами яких є згортки функцій, що описують задані граничні значення ключової функції на внутрішній і зовнішній поверхнях циліндра та однорідні розв'язки задачі Коші на інтегральні характеристики. На основі загальних розв'язків за однорідної нестационарної електромагнітної дії отримано вирази ключової функції та тепла Джоуля в основі і покритті розглядуваного трубчастого елемента за дії неусталеного електромагнітного поля в режимі з імпульсним модульним сигналом. Проведено комп'ютерний аналіз зміни в часі і по товщині складових шарів даного трубчастого елемента осьової компоненти вектора напруженості магнітного поля і тепла Джоуля.

Ключові слова: електропровідний трубчастий елемент, тонке покриття, неусталене електромагнітне поле, осьова компонента вектора напруженості магнітного поля, квадратична апроксимація, тепло Джоуля.

Вступ. У багатьох інженерних пристроях, які використовуються в радіотехнічних системах, а також в авіа- та космічній техніці, конструктивними елементами є електропровідні трубчасті елементи з тонким зовнішнім електропровідним покриттям. У процесі функціонуванні таких пристроїв вказані елементи знаходяться під впливом не лише зовнішніх поверхневих теплових і силових дій, але й за умов дії неусталеного електромагнітного поля (НЕМП) радіочастотного діапазону. Такі НЕМП індукують в розглядуваних електропровідних елементах індукційні струми, які створюють тепло Джоуля і відповідний тепловий режим функціонування елемента. Аналіз цього теплового режиму має важливе значення для прогнозування надійності роботи антенно-фідерних елементів (АФЕ), які використовують в якості хвилеводів електромагнітного випромінювання радіочастотного діапазону [1, с. 54; 2, с. 19; 3, с. 20-25; 4, с. 27-29]. У літературі відомі закономірності функціонування електропровідних елементів різних технічних пристроїв при поширенні в них електромагнітних хвиль в усталених і квазіусталених режимах [5, с. 88-100; 6, с. 43-47]. Однак недостатньо вивчено теплові ефекти в АФЕ при поширенні в них НЕМП радіочастотного діапазону. Дана робота присвячена дослідженню закономірностей теплового режиму розглядуваного трубчастого елемента, зумовленого теплом Джоуля.

Математична постановка задачі електродинаміки. Електропровідний трубчастий елемент з тонким зовнішнім електропровідним покриттям моделюємо довгим двошаровим електропровідним порожнистим циліндром, внутрішня поверхня якого $r = r_0$, зовнішня $r = r_2$. Даний циліндр віднесено до циліндричної системи координат (r, φ, z) , вісь Oz якої направлена вздовж осі циліндра (див. рис. 1).

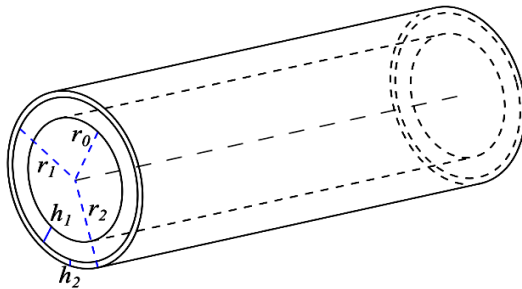


Рис. 1. Електропровідний трубчастий елемент з тонким зовнішнім електропровідним покриттям

Приймаємо, що матеріали складових шарів циліндра однорідні, ізотропні та неферомагнітні, а їх електрофізичні і теплові характеристики є сталими.

Циліндр знаходиться за дії НЕМП, заданого значеннями осьової компоненти $H_z^{(n)}(r, t)$ вектора напруженості магнітного поля $\vec{H}^{(n)} = \{0; 0; H_z^{(n)}(r, t)\}$ на його внутрішній і зовнішній поверхнях. Тут $n = 1, 2$ — порядкові номери складових шарів циліндра (1 — основа, 2 — тонке покриття).

На поверхні $r = r_1$ з'єднання складових шарів має місце ідеальний електромагнітний контакт.

Ключова функція задачі — осьова компонента $H_z^{(n)}(r, t)$ вектора напруженості магнітного поля в n -му складовому шарі, залежить від радіальної координати r та часу t і на основі співвідношень Максвелла визначається з рівняння

$$\frac{\partial^2 H_z^{(n)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z^{(n)}}{\partial r} - \sigma_n \mu_n \frac{\partial H_z^{(n)}}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

за крайових умов

$$H_z^{(1)}(r_0, t) = H_z^-(t), \quad H_z^{(2)}(r_2, t) = H_z^+(t) \quad (2)$$

на внутрішній $r = r_0$ і зовнішній $r = r_2$ поверхнях циліндра та умов ідеального електромагнітного контакту на поверхні $r = r_1$ з'єднання основи та покриття

$$H_z^{(1)}(r_1, t) = H_z^{(2)}(r_1, t), \quad \frac{\partial H_z^{(1)}(r_1, t)}{\partial r} = k_\sigma \frac{\partial H_z^{(2)}(r_1, t)}{\partial r} \quad (3)$$

і початкових умов

$$H_z^{(n)}(r, 0) = 0. \quad (4)$$

Тут σ_n , μ_n — коефіцієнт електропровідності та магнітна проникність матеріалу n -го складового шару циліндра; $k_\sigma = \sigma_1/\sigma_2$; $H_z^-(t)$, $H_z^+(t)$ — задані функції, що описують часову залежність зовнішньої нестационарної електромагнітної дії.

За знайденою зі співвідношень (1)-(4) функцією $H_z^{(n)}(r, t)$ запишемо вирази питомої густини тепла Джоуля $Q^{(n)}(r, t)$ у n -му складовому шарі циліндра

$$Q^{(n)} = \frac{1}{\sigma_n} \left(\frac{\partial H_z^{(n)}}{\partial r} \right)^2. \quad (5)$$

Методика побудови розв'язку початково крайової задачі електродинаміки. Для побудови розв'язку сформульованої початково-крайової контактної задачі електродинаміки (1)-(4) апроксимуємо осьову компоненту $H_z^{(n)}(r, t)$ вектора $\vec{H}^{(n)}(r, t)$ в кожному n -му шарі циліндра за радіальною координатою r квадратичними поліномами виду

$$H_z^{(n)}(r, t) = \sum_{i=0}^2 a_i^{(n)}(t) r^i. \quad (6)$$

Коефіцієнти $a_i^{(n)}(t)$ апроксимаційних поліномів (6) виражаються через інтегральні (сумарні по пакету n складових шарів) характеристики $H_{zs}(t)$ ключових функцій $H_z^{(n)}(r, t)$

$$H_{zs}(t) = \sum_{n=1}^2 \int_{r_{n-1}}^{r_n} H_z^{(n)}(r, t) r^s dr, \quad s = 1, 2 \quad (7)$$

і задані значення $H^\pm(t)$ цих функцій на поверхнях $r = r_0$, $r = r_2$ та з урахуванням умов (4) на поверхні $r = r_1$ з'єднання шарів.

Інтегруванням вихідного рівняння (1) відповідно до виразу (7) після перетворень для визначення інтегральних характеристик $H_{zs}(t)$, функцій $H_z^{(n)}(r, t)$ отримуємо систему двох взаємозв'язаних диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{dH_{z1}(t)}{dt} - d_1 H_{z1}(t) - d_2 H_{z2}(t) = d_3 H_z^-(t) + d_4 H_z^+(t), \\ \frac{dH_{z2}(t)}{dt} - d_5 H_{z1}(t) - d_6 H_{z2}(t) = d_7 H_z^-(t) + d_8 H_z^+(t). \end{cases} \quad (8)$$

Коефіцієнти $d_{1:8}$ подаються у вигляді

$$d_j = \sum_{n=1}^2 \frac{1}{\sigma_n \mu_n} \left(a_{1j}^{(n)} \alpha_{1n} + 4a_{2j}^{(n)} \alpha_{2n} \right), \quad d_{j+4} = \sum_{n=1}^2 \frac{1}{\sigma_n \mu_n} \left(a_{1j}^{(n)} \alpha_{2n} + 4a_{2j}^{(n)} \alpha_{3n} \right),$$

$$j = \overline{1, 4}, \quad \alpha_{ji}^{(n)} = \frac{r_n^i - r_{n-1}^i}{i}, \quad i = \overline{1, 3}.$$

Для знаходження розв'язку системи рівнянь (8) застосовуємо перетворення Лапласа за заданих початкових умов (4), попередньо проінтегрованих відповідно до (7). Застосувавши теорему про згорт-

ку і другу теорему розкладу, отримуємо вирази інтегральних характеристик $H_{zs}(t)$ функцій $H_z^{(n)}(r,t)$

$$H_{zs}^*(t) = \sum_{k=1}^2 \int_0^t \left[A_{s1k} H_z^-(\tau) + A_{s2k} H_z^+(\tau) \right] e^{p_k(t-\tau)} d\tau. \quad (9)$$

Тут $s = 1, 2$, а коефіцієнти A_{sjk} ($s, j, k = 1, 2$) визначаються рівностями

$$A_{11k} = \frac{(p_k - d_6)d_3 + d_2d_7}{2p_k - (d_1 + d_6)}, \quad A_{12k} = \frac{(p_k - d_6)d_4 + d_2d_8}{2p_k - (d_1 + d_6)},$$

$$A_{21k} = \frac{(p_k - d_1)d_7 + d_3d_5}{2p_k - (d_1 + d_6)}, \quad A_{22k} = \frac{(p_k - d_1)d_8 + d_4d_5}{2p_k - (d_1 + d_6)};$$

p_k ($k = 1, 2$) — корені квадратного рівняння

$$p^2 - p(d_1 + d_6) + d_1d_6 - d_2d_5 = 0.$$

Формула (9) описує розв'язки задачі Коші для інтегральних характеристик $H_{zs}(t)$ функцій $H_z^{(n)}(r,t)$ на всьому часовому інтервалі однорідної нестационарної електромагнітної дії. Підставляючи (9) у (6), отримуємо вираз осьової компоненти $H_z^{(n)}(r,t)$ вектора $\vec{H}^{(n)}(r,t)$ в n -му складовому шарі:

$$H_z^{(n)}(r,t) = \sum_{i=0}^2 \left\{ \sum_{s=1}^2 a_{is}^{(n)} \left(\sum_{k=1}^2 \int_0^t \left[A_{s1k} H_z^-(t) + A_{s2k} H_z^+(t) \right] e^{p_k(t-\tau)} d\tau \right) + a_{i3}^{(n)} H_z^-(t) + a_{i4}^{(n)} H_z^+(t) \right\} r^i. \quad (10)$$

Питомі густини тепла Джоуля $Q^{(n)}(r,t)$ у n -му складовому шарі циліндра за знайденим виразом (10) записуємо за формулою (5).

Розв'язок задачі за дії НЕМП. Дію НЕМП задаємо у вигляді

$$H_z^{\pm}(t) = k_0 H_0 \left(e^{-\beta_1 t} - e^{-\beta_2 t} \right) \cos \omega t, \quad (11)$$

що відповідає електромагнітній дії в режимі з імпульсним модульним сигналом (РІМС) [7, с. 121; 8, с. 45]. Тут k_0 — нормувальний множник, β_1 та β_2 — параметри, які характеризують часи фронтів наростання і спадання модульного імпульсу, H_0 — максимальне значення амплітуди синусоїдальних електромагнітних коливань частоти ω .

Підставляючи вираз (11) у формулу (10), отримуємо для даного НЕМП вираз осьової компоненти $H_z^{(n)}(r,t)$ вектора $\vec{H}^{(n)}(r,t)$ в n -му шарі порожнистого двошарового циліндра

$$\begin{aligned}
 H_z^{(n)}(r, t) = & \frac{k_0 H_0}{2} \sum_{i=0}^2 \left(B_{i1}^{(n)} e^{-(\beta_1 - i\omega)t} + B_{i2}^{(n)} e^{-(\beta_2 - i\omega)t} + \right. \\
 & \left. + B_{i3}^{(n)} e^{-(\beta_1 + j\omega)t} + B_{i4}^{(n)} e^{-(\beta_2 + j\omega)t} + B_{i5}^{(n)} e^{p_1 t} + B_{i6}^{(n)} e^{p_2 t} \right) r^i. \quad (12)
 \end{aligned}$$

Тут

$$\begin{aligned}
 B_{i1}^{(n)} &= \sum_{k=1}^2 \frac{-C_{ik}^{(n)}}{\beta_1 - i\omega + p_k} + A_i^{(n)}; & B_{i2}^{(n)} &= \sum_{k=1}^2 \frac{C_{ik}^{(n)}}{\beta_2 - i\omega + p_k} - A_i^{(n)}; \\
 B_{i3}^{(n)} &= \sum_{k=1}^2 \frac{-C_{ik}^{(n)}}{\beta_1 + i\omega + p_k} + A_i^{(n)}; & B_{i4}^{(n)} &= \sum_{k=1}^2 \frac{C_{ik}^{(n)}}{\beta_2 + i\omega + p_k} - A_i^{(n)}; \\
 B_{i5}^{(n)} &= C_{i1}^{(n)} \left(\frac{1}{\beta_1 - i\omega + p_1} - \frac{1}{\beta_2 - i\omega + p_1} + \frac{1}{\beta_1 + i\omega + p_1} - \frac{1}{\beta_2 + i\omega + p_1} \right); \\
 B_{i6}^{(n)} &= C_{i2}^{(n)} \left(\frac{1}{\beta_1 - i\omega + p_2} - \frac{1}{\beta_2 - i\omega + p_2} + \frac{1}{\beta_1 + i\omega + p_2} - \frac{1}{\beta_2 + i\omega + p_2} \right); \\
 C_{ik}^{(n)} &= a_{i1}^{(n)} [A_{11}(k) + A_{12}(k)] + a_{i2}^{(n)} [A_{21}(k) + A_{22}(k)]; & A_i^{(n)} &= a_{i3}^{(n)} + a_{i4}^{(n)}.
 \end{aligned}$$

Відповідно питомі густини тепла Джоуля в n -му шарі порожнистого двошарового циліндра $Q^{(n)}(r, t)$ мають вигляд

$$Q^{(n)}(r, t) = \frac{1}{\sigma_n} \frac{k_0^2 H_0^2}{4} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 ij \sum_{l=1}^{20} C_{ijl}^{(n)} e^{\alpha_l t} r^{i+j-2}. \quad (13)$$

Коефіцієнти α_l ($l = \overline{1, 20}$) у виразі (13) визначаються через параметри ω , β_1 , β_2 НЕМП та корені p_1 , p_2 відповідного характеристичного рівняння, отриманого при розв'язуванні задачі електродинаміки. Вони мають вигляд

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= -2(\beta_1 - i\omega); & \alpha_2 &= -(\beta_1 + \beta_2 - 2i\omega); & \alpha_3 &= -2\beta_1; \\
 \alpha_4 &= -(\beta_1 + \beta_2); & \alpha_5 &= -(\beta_1 - i\omega - p_1); & \alpha_6 &= -(\beta_1 - i\omega - p_2); \\
 \alpha_7 &= -2(\beta_2 - i\omega); & \alpha_8 &= -2\beta_2; & \alpha_9 &= -(\beta_2 - i\omega - p_1); \\
 \alpha_{10} &= -(\beta_2 - i\omega - p_2); & \alpha_{11} &= -2(\beta_1 + i\omega); & \alpha_{12} &= -(\beta_1 + \beta_2 + 2i\omega); \\
 \alpha_{13} &= -(\beta_1 + i\omega - p_1); & \alpha_{14} &= -(\beta_1 + i\omega - p_2); & \alpha_{15} &= -(\beta_2 + i\omega); \\
 \alpha_{16} &= -(\beta_2 + i\omega - p_1); & \alpha_{17} &= -(\beta_2 + i\omega - p_2); & \alpha_{18} &= 2p_1; \\
 \alpha_{19} &= p_1 + p_2; & \alpha_{20} &= 2p_2, & i &= \sqrt{-1}.
 \end{aligned}$$

Коефіцієнти $C_{ijl}^{(n)}$ ($i = 1, 2, j = 1, 2, l = \overline{1, 20}$) записуються

$$C_{ij1}^{(n)} = B_{i1}^{(n)} B_{j1}^{(n)}; \quad C_{ij2}^{(n)} = B_{i1}^{(n)} B_{j2}^{(n)} + B_{i2}^{(n)} B_{j1}^{(n)}; \quad C_{ij3}^{(n)} = B_{i1}^{(n)} B_{j3}^{(n)} + B_{i3}^{(n)} B_{j1}^{(n)};$$

$$\begin{aligned}
C_{ij4}^{(n)} &= B_{i1}^{(n)} B_{j4}^{(n)} + B_{i4}^{(n)} B_{j1}^{(n)} + B_{i2}^{(n)} B_{j3}^{(n)} + B_{i3}^{(n)} B_{j2}^{(n)}; & C_{ij5}^{(n)} &= B_{i1}^{(n)} B_{j5}^{(n)} + B_{i5}^{(n)} B_{j1}^{(n)}; \\
C_{ij6}^{(n)} &= B_{i1}^{(n)} B_{j6}^{(n)} + B_{i5}^{(n)} B_{j6}^{(n)}; & C_{ij7}^{(n)} &= B_{i2}^{(n)} B_{j2}^{(n)}; & C_{ij8}^{(n)} &= B_{i2}^{(n)} B_{j4}^{(n)} + B_{i4}^{(n)} B_{j2}^{(n)}; \\
C_{ij9}^{(n)} &= B_{i2}^{(n)} B_{j5}^{(n)} + B_{i5}^{(n)} B_{j2}^{(n)}; & C_{ij10}^{(n)} &= B_{i2}^{(n)} B_{j6}^{(n)} + B_{i6}^{(n)} B_{j2}^{(n)}; & C_{ij11}^{(n)} &= B_{i3}^{(n)} B_{j3}^{(n)}; \\
C_{ij12}^{(n)} &= B_{i3}^{(n)} B_{j4}^{(n)} + B_{i4}^{(n)} B_{j3}^{(n)}; & C_{ij13}^{(n)} &= B_{i3}^{(n)} B_{j5}^{(n)} + B_{i5}^{(n)} B_{j3}^{(n)}; \\
C_{ij14}^{(n)} &= B_{i3}^{(n)} B_{j6}^{(n)} + B_{i6}^{(n)} B_{j3}^{(n)}; & C_{ij15}^{(n)} &= B_{i4}^{(n)} B_{j4}^{(n)}; \\
C_{ij16}^{(n)} &= B_{i4}^{(n)} B_{j5}^{(n)} + B_{i5}^{(n)} B_{j4}^{(n)}; & C_{ij17}^{(n)} &= B_{i4}^{(n)} B_{j6}^{(n)} + B_{i6}^{(n)} B_{j4}^{(n)}; \\
C_{ij18}^{(n)} &= B_{i5}^{(n)} B_{j5}^{(n)}; & C_{ij19}^{(n)} &= B_{i5}^{(n)} B_{j6}^{(n)} + B_{i6}^{(n)} B_{j5}^{(n)}; & C_{ij20}^{(n)} &= B_{i6}^{(n)} B_{j6}^{(n)}.
\end{aligned}$$

Числовий аналіз задачі. Вибрано трубчастий елемент, внутрішній шар (основа) якого виготовлений із нержавної сталі X18H9T, а зовнішній шар (покриття) — із міді. Параметри НЕМП приймалися такими: час тривалості $t_i = 10^{-4} \text{ s}$, час фронту наростання $t_{incr} = 0,1t_i$, час фронту спадання $t_{decr} = 0,9t_i$, нормувальний множник $k_0 = 2,5$, кругова частота ω несучих електромагнітних коливань $\omega = 6,28 \cdot 10^5 \text{ 1/s}$.

На рис. 2 показано зміну в часі осьової компоненти $H_z^{(n)}$ вектора напруженості магнітного поля на внутрішній $r_0 = 0,008 \text{ м}$ і зовнішній $r_2 = 0,0091 \text{ м}$ поверхнях циліндра (лінія 1) та на поверхні з'єднання складових шарів $r_1 = 0,009 \text{ м}$ (лінія 2).

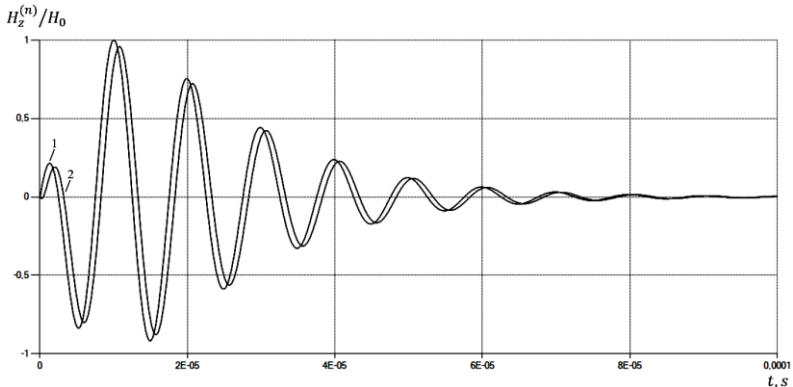


Рис. 2. Зміна в часі компоненти $H_z^{(n)}$ на внутрішній $r_0 = 0,008 \text{ м}$, зовнішній $r_2 = 0,0091 \text{ м}$ поверхнях (лінія 1) та на поверхні $r_1 = 0,009 \text{ м}$ з'єднання основи і покриття (лінія 2)

Рис. 3 ілюструє зміну осьової компоненти $H_z^{(n)}$ по товщині складових шарів (основи і покриття) циліндра в моменти часу $t = 0, 0,05t_i$ (лінія 1), $t = 0,1t_i$ (лінія 2), $t = 0,25t_i$ (лінія 3).

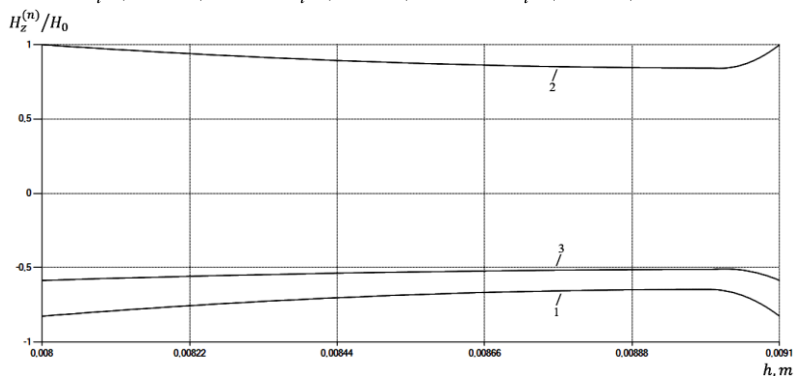


Рис. 3. Зміна компоненти $H_z^{(n)}$ по товщині основи і покриття в моменти часу $t = 0, 0,05t_i$, $t = 0,1t_i$, $t = 0,25t_i$ (лінії 1-3)

Всі величини на рис. 2, 3 віднесено до величини H_0 . З рис. 3 отримано, що компонента $H_z^{(n)}$ набуває максимальних значень в момент часу $t = 0,1t_i$, що відповідає максимуму модульної функції.

На рис. 4 показано зміну в часі тепла Джоуля на внутрішній $r = r_0$ (лінія 1) і зовнішній $r = r_2$ (лінія 2) поверхнях циліндра.

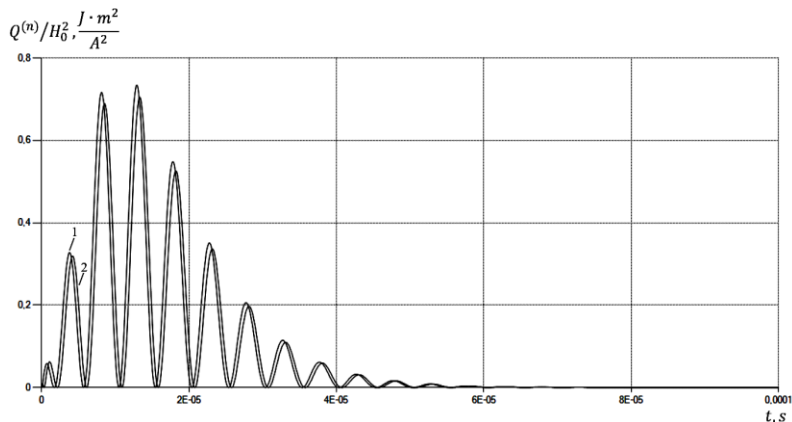


Рис. 4. Зміна в часі тепла Джоуля на внутрішній $r = r_0$ (лінія 1) і зовнішній $r = r_2$ (лінія 2) поверхнях елемента

На рис. 5 показано зміну в часі тепла Джоуля на поверхні $r = r_1$ з'єднання основи та покриття. Лінія 1 відповідає основі (сталевому шару), а лінія 2 — покриттю (мідному шару).

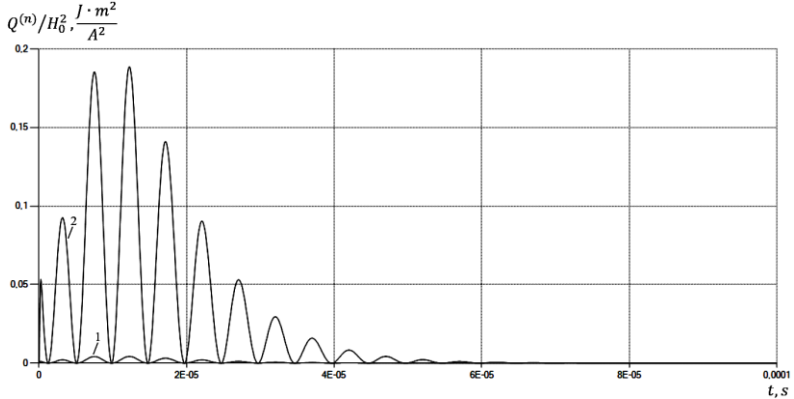


Рис. 5. Зміна в часі тепла Джоуля в основі (лінія 1) та покритті (лінія 2) на поверхні $r = r_1$ їх з'єднання

Залежність розподілу тепла Джоуля $Q^{(n)}$ по товщині основи і покриття (складових шарів циліндра) у моменти часу $t = 0,05t_i$ (лінія 1), $t = 0,1t_i$ (лінія 2), $t = 0,25t_i$ (лінія 3) наведено на рис. 6.

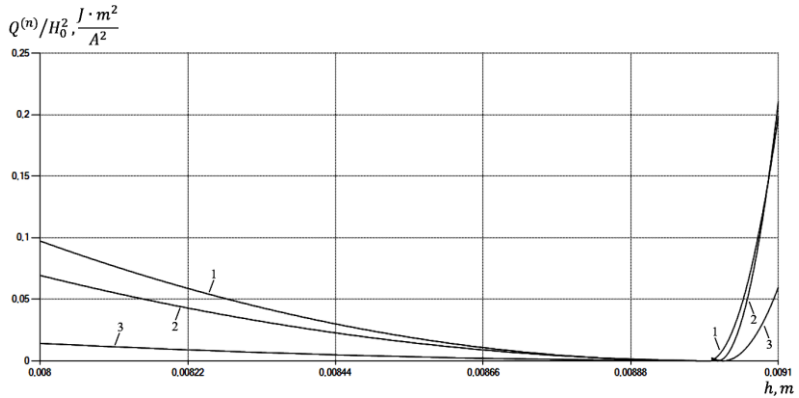


Рис. 6. Розподіл тепла Джоуля $Q^{(n)}$ по товщині основи і покриття у моменти часу $t = 0,05t_i$, $t = 0,1t_i$, $t = 0,25t_i$ (лінії 1-3)

Всі величини на рис. 4-6 віднесено до величини H_0^2 .

Отримано, що розподіл компоненти H_z по товщині основи (сталевго шару) для розглядуваних моментів часу близький до лінійного. Відповідно у покритті (мідному шарі) для розглядуваних моментів часу розподіл компоненти H_z по товщині має суттєво нелінійний характер. Тепло Джоуля набуває максимальних значень в обох шарах на внутрішній і зовнішній поверхнях трубчастого елемента. Характер розподілу тепла Джоуля в основі розглядуваного трубчастого елемента близький до лінійного, а у покритті має суттєво нелінійний характер.

Висновки. Сформульовано початково-крайову контактну задачу електродинаміки для двошарового електропровідного циліндра, яким змодельовано електропровідний трубчастий елемент з тонким зовнішнім електропровідним покриттям. Запропоновано методика визначення ключової функції — осьової компоненти вектора напруженості магнітного поля, яка використовує квадратичну апроксимацію за радіальною координатою в основі та покритті циліндра. Це дало змогу звести вихідну початково-крайову задачу на ключову функцію до задачі Коші за часовою змінною на інтегральні за радіальною координатою характеристики ключової функції. У результаті побудовано відносно простий аналітичний розв'язок контактної задачі електродинаміки без використання складних функціональних рядів з функціями Бесселя. Проведений числовий аналіз зміни в часі і по товщині складових шарів (основи і покриття) ключової функції і тепла Джоуля дає теоретичну основу для аналізу теплового режиму та для прогнозування ефективності і надійності експлуатації антенно-фідерних трубчастих елементів радіотехнічних систем в якості хвилеводів електромагнітного випромінювання радіочастотного діапазону.

Список використаних джерел:

1. Su Donglin, Xie Shuguo, Dai Fei. Theory and Methods of Quantification Design on System-Level Electromagnetic Compatibility. *Springer*. 2019. P. 54-55.
2. Basu Dipak. Dictionary of Pure and Applied Physics. *CRC Press*. 2018. P. 28.
3. Straw R. Dean. The ARRL Antenna Book. 19th ed. *American Radio Relay League*. 2000.
4. Asai S. Electromagnetic Processing of Materials. *Springer*. 2012.
5. Подстригач Я. С., Буряк Я. И., Гачкевич А. Р., Чернявская Л. В. Термоупругость электропроводных тел. Киев: Наук. думка, 1977. 248 с.
6. Гачкевич А. Р. Термомеханика электропроводных тел при воздействии квазиустановившихся электромагнитных полей. Киев: Наук. думка, 1992. 192 с.
7. Гачкевич О. Р., Мусій Р. С., Тарлаковський Д. В. Термомеханіка неферомагнітних електропровідних тіл за дії імпульсних електромагнітних полів з модуляцією амплітуди. Львів, СПОЛОМ, 2011. 216 с.
8. Musii R., Mel'nyk N., Dmytruk V., Levus Y., Oryshchyn O., Nakonechny R. Computer prediction of operability of bimetal cylindrical sensors under the in-

fluence of radio-frequency pulses. *14th International Conference on Perspective Technologies and Methods in MEMS Design. MEMSTECH 2018* (Polyna, UKRAINE, 18-22 April 2018). 2018. P. 44-47.

ANALYSIS OF THE THERMAL MODE OF AN ELECTRICALLY CONDUCTIVE TUBULAR ELEMENT WITH A THIN EXTERNAL ELECTRICALLY CONDUCTIVE COATING UNDER THE ACTION OF AN UNSTABLE ELECTROMAGNETIC FIELD

An electrically conductive tubular element with a thin external electrically conductive coating under the action of an unsteady electromagnetic field of the radio frequency range is considered. To analyze the thermal regime, the initial-boundary problem of electrodynamics for a two-layer conductive non-ferromagnetic hollow cylinder under the action of an external non-stationary electromagnetic field is formulated. The electromagnetic field is given by the values of the axial component of the magnetic field intensity vector on the inner and outer surfaces of the cylinder. To construct the general solution of the formulated initial-boundary value problem, a quadratic approximation of the key function (the axial component of the magnetic field intensity vector) along the radial coordinate in each constituent layer (base and cover) of the hollow cylinder was used. As a result, the original initial-boundary value problem for the key function is reduced to the Cauchy problem in terms of the time variable for the characteristics of the key function integral over the radial coordinate. The coefficients of the approximation polynomials are presented through the integral characteristics of the key function and its given values on the inner and outer surfaces of the cylinder as a function of time. The solution of the Cauchy problem is obtained using the integral Laplace transform. Expressions of the key function in each component layer of the cylinder are recorded in the form of quadratic polynomials, the coefficients of which are convolutions of functions describing the given limit values of the key function on the inner and outer surfaces of the cylinder and homogeneous solutions of the Cauchy problem on integral characteristics. Expressions of the key function and Joule heat in the base and coating of the considered tubular element under the action of an unsteady electromagnetic field in the mode with a pulsed modulating signal were obtained on the basis of general solutions for homogeneous non-stationary electromagnetic action. A computer analysis of the change in time and thickness of the constituent layers of this tubular element of the axial component of the vector of magnetic field intensity and Joule heat was carried out.

Keywords: *conductive tubular element, thin coating, unsteady electromagnetic field, axial component of magnetic field intensity vector, quadratic approximation, Joule heat.*

Отримано: 26.10.2022