5. Кац И. Я. Метод функций Ляпунова в задачах устойчивости и стабилизации систем случайной структуры / И. Я. Кац. — Екатеринбург : Изд-во Уральской государственной академии путей сообщения, 1998. — 222 с.
6. Жакод Ж. Предельные теоремы для случайных процессов : в 2-х т. / Ж. Жакод, А. Н. Ширяев. — М. : Физматгиз, 1994. — Т. 1. — 544 с.
7. Жакод Ж. Предельные теоремы для случайных процессов : в 2-х т. / Ж. Жакод, А. Н. Ширяев. — М. : Физматгиз, 1994. — Т. 2. — 473 с.
8. Дынкин Е. Б. Марковские процессы / Е. Б. Дынкин. — М. : Физматгиз, 1969. — 859 с.
9. Самойленко А. М. Дифференциальные уравнения с импульсными воздействиями / А. М. Самойленко, Н. А. Перестюк. — К. : Вища школа, 1987. — 287 с.
10. Свердан М. Л. Устойчивость стохастических импульсных систем / М. Л. Свердан, Е. Ф. Царьков. — Рига : РТУ, 1994. — 300 с.
11. Мусуривский В. И. О проблеме устойчивости систем случайной структуры с постоянным запаздыванием / В. И. Мусуривский // Проблемы управления и информатики. — 2011. — №5. — С. 5–15.

The problem of stability of stochastic differential-functional equations with impulse Markovian indignations and eventual behind. This system must be asymptotically stable by the probability and provide preassigned optimivity of a transient process.

Key words: *differential-functional equations, system odd structure, impulse Markovian indignations, eventual behind.*

Отримано: 25.03.2014

УДК 519.21

А. В. Нікітін, канд. фіз.-мат. наук

Буковинський державний
фінансово-економічний університет, м. Чернівці

ОПТИМІЗАЦІЯ МНОЖИН ПОЧАТКОВИХ ЗНАЧЕНЬ В ІНТЕГРАЛЬНІЙ МОМЕНТНІЙ СТІЙКОСТІ ДЛЯ ЛІНІЙНИХ СТОХАСТИЧНИХ РІВНЯНЬ У ГІЛЬБЕРТОВИХ ПРОСТОРАХ

Побудовано оптимальну множину початкових значень стохастичних диференціальних рівнянь з випадковими лінійними стрибками розв’язків у гільбертових просторах.

Ключові слова: *гільбертовий простір, оптимальна множина початкових значень, марковський процес.*

Вступ. При оптимізації множини початкових значень різницевих та диференційованих рівнянь з марковськими коефіцієнтами можливо застосувати результати, які отримані К. Г. Валеєвим та його учнями [1].

Розглядається система лінійних різницевих рівнянь із випадковими коефіцієнтами

$$X_{n+1} = A\left(\xi_{n+1}, \xi\right) X_n + B\left(\xi_{n+1}, \xi\right) U_n \left(n = 0,1,2,...\right),$$

де ξ_n — марковський процес, який визначається системою різницевих рівнянь

$$p_k\left(n+1\right) = \sum_{s=1}^{q} \pi_{ks} p_s\left(n\right),\ p_k\left(n\right) \equiv P\left\{\xi_n = \theta_k\right\} \left(k = 1,...,q\right) \left(n = 0,1,2,...\right).$$

Вектор керувань U_n шукається з умови мінімуму квадратичного функціонала

$$v = \left\langle \sum_{n=0}^{\infty} X_n^* Q\left(\xi_n\right) X_n + U_n^* L\left(\xi_n\right) U_n \right\rangle.$$

оптимальне керування будується у вигляді

$$U_n = S\left(\xi_n\right) X_n \left(n = 0,1,2,...\right).$$

Продемонструємо даний підхід на прикладі дослідження стохастичних диференціальних рівнянь у гільбертових просторах.

Постановка задачі. Нехай $X(t)$ — векторний випадковий процес із гільбертового простору H, що є розв'язком рівняння

$$dX(t) = A\left(t, \xi(t)\right) X(t)dt + \sum_{j=1}^{\infty} B_j\left(t, \xi(t)\right) X(t) dW_j(t) + B\left(t, \xi(t)\right) u(t)dt, \qquad (1)$$

$$X(0) = X_0, \qquad (2)$$

де $\xi(t)$ — неперервний справа марковський процес, що набуває значень $\theta_1,...,\theta_q,...$ $A(t,\theta_s),\ B_j(t,\theta_s),\ s = \overline{1,q},\ j = 1,2,...$ неперервні на відрізку $[0,T]$ функції, $W_1(t), W_2(t),...$ — незалежні між собою скалярні вінерові процеси, причому величини $(W_1(t), W_2(t),..., \xi(t), \zeta)$ незалежні.

Процеси $\xi(t), W_j(t),\ j = 1,2,...$, випадковий вектор X_0 та матриці $A(t,\theta_k), B(t,\theta_k)$ задовольняють тим же умовам, що і відповідні величини у рівнянні (1). Нехай також $B(t,\theta_k)$ — неперервна матриця на відрізку $[0,T]$ розмірності $n \times p$, $u(t)$ – вектор-функція, яку ми будемо вибирати у вигляді $u(t) = L\left(t, \xi(t)\right) X(t)$, з неперервними на відрізку $[0,T]$ матрицями $L(t,\theta_k),\ k = \overline{1,q}$.

Зауважимо, що якщо випадкова величина задовольняє умові $\left\langle |X_0|^s \right\rangle < \infty,\ s \geq 1$, процес $X(t)$ володіє моментами s-го порядку.

Позначимо через $m^{(s)}(t)$ — s-ту моментну функцію, а через $G_s(\lambda)$ — множину s-тих момент них функцій величини X_0, при яких моментні функції $\left(G_s(\lambda), g_{0k}, g_k\right)$ — інтегрально моментно стійкі на інтервалі $(0,T)$, тобто для всіх $m^{(s)}(0) \in G_s(\lambda)$ повинні виконуватися нерівності

$$\int_0^T g_k\left(t, m^{(s)}(t)\right)dt + g_{0k}\left(m^{(s)}(T)\right) \le 1,\ k = \overline{1,N}. \tag{2}$$

Нехай $G_s(\lambda_1) \subseteq G_s(\lambda_2)$ якщо $\lambda_1 \le \lambda_2$. Позначимо через $G_s(\lambda_{\max}^{(s)})$ — максимальну по включенню множину $G_s(\lambda)$, при якій виконуються умови (2).

Очевидно, що в множині $G_s(\lambda_{\max}^{(s)})$ параметр $\lambda_{\max}^{(s)}$ залежить від матричної функції $L(t,\theta_k),\ k = \overline{1,q}$.

Означення 1. Множину $\widehat{G}_s = G_s\left(\widehat{\lambda}_{\max}^{(s)}\right)$, де $\widehat{\lambda}_{\max}^{(s)} = \sup\limits_L \lambda_{\max}^{(s)}$ назвемо оптимальною множиною початкових значень.

Твердження 1. Нехай функція $m^{(s)}(t)$ $\left(G_s(\lambda), g_{0k}, g_k\right)$ інтегрально моментно стійка на інтервалі $(0,T)$. Тоді в оптимальній множині початкових значень $\widehat{\lambda}_{\max}^{(s)}$ має вигляд

$$\widehat{\lambda}_{\max}^{(s)} = \left[\inf_L \max_{1\le k\le N} \sup_{G_s(1)} \Im_k(L)\right]^{-\frac{1}{m}}, \tag{3}$$

де $\Im_k(L) = \int_0^T g_k\left(t, m^{(s)}(t)\right)dt + g_{0k}\left(m^{(s)}(T)\right)$.

Доведення. Оскільки $m^{(s)}(t)$ $\left(G_s(\lambda), g_{0k}, g_k\right)$ інтегрально стійка на інтервалі $(0,T)$, то λ задовольняє нерівності

$$\lambda^{-m} \ge \max_{1\le k\le N} \sup_{G_s(1)} \Im_k(L).$$

Звідси одержимо, що

$$\lambda_{\max}^{(s)}(L) = \left[\max_{1\le k\le N} \sup_{G_s(1)} \Im_k(L)\right]^{-\frac{1}{m}},$$

або

$$\widehat{\lambda}_{\max}^{(s)} = \sup_L \lambda_{\max}^{(s)}(L) = \left[\inf_L \max_{1\le k\le N} \sup_{G_s(1)} \Im_k(L)\right]^{-\frac{1}{m}},$$

що і потрібно було показати.

Далі розглянемо випадок, коли $s=1$ або $s=2$. Позначимо $m^{(1)}(t)=m(t)$, $m^{(2)}(t)=D(t)$. Зауважимо, що мають місце рівності

$$m(t)=\sum_{k=1}^{q} m_k(t),\ \ D(t)=\sum_{k=1}^{q} D_k(t)\,,$$

де функції $m_k(t)$ та $D_k(t),\ k=\overline{1,q}$ є розв'язками рівнянь

$$\begin{gathered}\frac{dm_k(t)}{dt}=A_{1k}(t)m_k(t)+\sum_{s=1}^{q}\alpha_{ks}(t)C_{ks}m_s(t),\\ m_k(0)=m(0)p_k,\ \ k=\overline{1,q},\end{gathered} \tag{4}$$

$$\begin{gathered}\frac{dD_k(t)}{dt}=A_{1k}(t)D_k(t)+D_k(t)A_{1k}^*(t)+\sum_{j=1}^{\infty}B_{jk}(t)D_k(t)B_{jk}^*(t)+\\ +\sum_{s=1}^{q}\alpha_{ks}(t)C_{ks}D_s(t)C_{ks}^*,\ \ D_k(0)=D(0)p_k,\ \ k=\overline{1,q},\end{gathered} \tag{5}$$

$$A_{1k}(t)=A_k(t)+B_k(t)L_k(t),\ \ B_k(t)=B(t,\theta_k),\ \ L_k(t)=L(t,\theta_k)\,.$$

З твердження 1 випливає, що справедливими є рівності

$$\widehat{\lambda}_{\max}^{(s)}=\left[\inf_{L}\max_{1\le k\le N}\sup_{G_s(1)}\Im_{sk}(L)\right]^{-\frac{1}{m}},\ \ s=1,2\,, \tag{6}$$

де

$$\Im_{1k}(L)=\int_0^T g_k\big(t,m(t)\big)dt+g_{0k}\big(m(T)\big),$$

$$\Im_{2k}(L)=\int_0^T g_k\big(t,D(t)\big)dt+g_{0k}\big(D(T)\big)\,.$$

Припустимо, що існують додатні константи α,β такі, для яких виконуються співвідношення

$$\alpha sp^m(D)\le g_{0k}(D)\le\beta sp^m(D),\ \ k=\overline{1,N},$$

$$g_k(t,x)=g_k(t,D)=0,\ \ k=\overline{1,N}.$$

Твердження 2. Для оптимальної множини початкових значень $\widehat{G}_2$ справедливі включення $G_2(\lambda^-)\subseteq\widehat{G}_2\subseteq G_2(\lambda^+)$, де

$$\lambda^+=\alpha\sup_{G_2(1)}spD(0)\exp\left\{-\inf_{L}\int_0^T\mu^-(\tau)d\tau\right\},$$

$$\lambda^{-} = \beta \sup_{G_2(1)} spD(0) \exp\left\{ -\inf_L \int_0^T \mu^{+}(\tau) d\tau \right\},$$

$$\mu^{-}(\tau) = \min_{1\le k\le q} \lambda_{\min}\left(\tilde{A}_{1k} + B_k + C_k\right),$$

$$\mu^{+}(\tau) = \max_{1\le k\le q} \lambda_{\max}\left(\tilde{A}_{1k} + B_k + C_k\right),$$

$$\tilde{A}_{1k} = A_{1k} + A_{1k}^{*} .$$

Доведення. Для $spD(t)$ справедливими є оцінки

$$spD(0)\exp\left\{ \int_0^T \mu^{-}(\tau) d\tau \right\} \le spD(T) \le spD(0)\exp\left\{ \int_0^T \mu^{+}(\tau) d\tau \right\},$$

оскільки виконуються нерівності

$$\alpha sp^m D(T) \le g_{0k}(D(T)) \le \beta sp^m D(T),$$

то

$$\left(\alpha \inf_L \sup_{G_2(1)} D(T) \right)^m \le \inf_L \max_{1\le k\le N} \sup_{G_2(1)} g_{0k}\left(D(T)\right) \le \left(\beta \inf_L \sup_{G_2(1)} D(T) \right)^m .$$

Тоді

$$\left(\beta \inf_L \sup_{G_2(1)} D(T) \right)^{-1} \le \hat{\lambda}_{\max}^{(2)} \le \left(\alpha \inf_L \sup_{G_2(1)} D(T) \right)^{-1},$$

тобто $\lambda^{-} \le \hat{\lambda}_{\max}^{(2)} \le \lambda^{+}$, а значить $G_2(\lambda^{-}) \subseteq \hat{G}_2 \subseteq G_2(\lambda^{+})$, що і потрібно було показати.

Нехай справджуються рівності

$$g_{0k}(x) = |(g_{0k}, x)|, \; g_k(x) = 0, \; k = \overline{1, N} .$$

$$G_1(\lambda) = \left\{ m_0 : (Q_0 m_0, m_0) \le \lambda^2 \right\},$$

g_{0k} — деякі вектори, Q_0 — додатно визначена матриця.

Твердження 3. Нехай функції $z_j^{(k)}(t)$ є розв'язками рівнянь

$$\frac{d}{dt} z_j^{(k)} + A_j^{*} z_j^{(k)} + \sum_{s=1}^{q} \alpha_{sj} C_{sj}^{*} z_s^{(k)} + g_k(t) = 0, \; z^{(k)}(T) = g_{0k}, \quad k = \overline{1, N};$$

$\Phi(L)$ — неперервна додатна функція матричного аргументу. Тоді мають місце включення

$$G_1(\lambda_1) \subseteq G_1 \subseteq G_1(\lambda_2),$$

де

$$\lambda_2^{-2} = \max_{1\le k\le N} \inf_L \left(Q_0^{-1} z^{(k)}, z^{(k)} \right),$$

$$\lambda_1^{-2} = \inf_L \left(\max_{1 \le k \le N} \left(Q_0^{-1} z^{(k)}, z^{(k)} \right) + \alpha \int_0^T \Phi\left(L(t) \right) dt \right),$$

$$z^{(k)} = \sum_{j=1}^{q} z_j^{(k)}(0) q_j, \ \alpha > 0 .$$

Доведення. Як відомо, $\lambda_{\max}^{-2} = \max\limits_{1 \le k \le N} \left(Q_0^{-1} z^{(k)}, z^{(k)} \right)$, тобто

$$\left(\sup_L \lambda_{\max} \right)^{-1} = \inf_L \max_{1 \le k \le N} \left(Q_0^{-1} z^{(k)}, z^{(k)} \right)^{1/2} .$$

Оскільки,

$$\inf_L \max_{1 \le k \le N} \left(Q_0^{-1} z^{(k)}, z^{(k)} \right) \le \max_{1 \le k \le N} \inf_L \left(Q_0^{-1} z^{(k)}, z^{(k)} \right),$$

то $\sup\limits_L \lambda_{\max} \le \left[\max\limits_{1 \le k \le N} \inf\limits_L \left(Q_0^{-1} z^{(k)}, z^{(k)} \right) \right]^{-1/2} = \lambda_2$.

Звідси випливає $\widehat{G} \subseteq G_1(\lambda_2)$.

З іншої сторони

$$\sup_L \lambda_{\max} \ge \lambda_1 ,$$

а значить $G_1(\lambda) \subseteq \widehat{G}_1$.

Нехай функції $g_k(t, D)$ та $g_{0k}(D)$ мають вигляд

$$g_k(t, D) = spQ_k D, \ g_{0k}(D) = spQ_{0k} D ,$$

де Q_0, Q_{1k} — невід'ємно визначені матриці. Справедливе твердження.

Твердження 4. Нехай функції $\Psi_j^{(k)}(t)$ є розв'язками рівнянь

$$\frac{d}{dt} \Psi_j^{(k)} + A_j^* \psi_j^{(k)} + \Psi_j^{(k)} A_j + \sum_{s=1}^{\infty} B_{sj}^* \Psi_j^{(k)} B_{sj} +$$

$$+ \sum_{s=1}^{q} \alpha_{sj} C_{sj}^* \Psi_s^{(k)} C_{sj} + Q_k = 0, \ \Psi_j^{(k)}(T) = Q_{1k} .$$

з матрицями $A_k = A_{1k}$, $k = \overline{1, N}$. Тоді мають місце включення

$$G_2(\lambda_1) \subseteq \widehat{G}_2 \subseteq G_2(\lambda_2) ,$$

де

$$\lambda_1^{-1} = \inf_L \Im_\alpha(L), \ \lambda_2^{-1} = \max_{1 \le k \le N} \sup_{G_2(1)} \inf_L \Im_{1k}(L) ,$$

$$\Im_\alpha(L) = \max_{1 \le k \le N} \sup_{G_2(1)} sp\Psi_k D + \alpha \int_0^T \Phi\left(L(t) \right) dt,$$

$$\Im_{1k} = sp\Psi_k D,\ \ \Psi_k = \sum_{j=1}^{q} \Psi_j^{(k)}(0)q_j\ ,$$

$\Phi(L)$ — додатна неперервна функція.

Доведення. Із нерівності

$$\lambda^{-1} \geq \max_{1\leq k\leq N} \sup_{G_2(1)} \left(\sum_{j=1}^{q} \left(\Psi_j^{(k)}(0)p_j \right) \circ D(0) \right), \tag{7}$$

слідує, що

$$\sup_L \lambda_{\max} = \left[\inf_L \max_{1\leq k\leq N} \sup_{G_2(1)} sp\Psi_k D \right]^{-1}.$$

Оскільки

$$\inf_L \max_{1\leq k\leq N} \sup_{G_2(1)} sp\Psi_k D \geq \max_{1\leq k\leq N} \sup_{G_2(1)} \inf_L sp\Psi_k D\ ,$$

то $\inf\limits_L \lambda_{\max} \leq \lambda_2$, крім того, $\inf\limits_L \lambda_{\max} \geq \lambda_1$. Звідки одержимо $G_2(\lambda_1) \subseteq \subseteq \widehat{G}_2 \subseteq G_2(\lambda_2)$, що й потрібно було довести.

Нехай функції $\Psi_{j\varepsilon}^{(k)}(t)$ є розв'язками рівнянь

$$\frac{d\Psi_{j,\varepsilon}^{(k)}}{dt} + A_{1j}^{*}\Psi_{j,\varepsilon}^{(k)} + \Psi_{j,\varepsilon}^{(k)}A_{1j} + \sum_{s=1}^{\infty} B_{sj}^{*}\Psi_{j,\varepsilon}^{(k)}B_{sj} + \\ + \sum_{s=1}^{q} \alpha_{sj} C_{sj}^{*}\Psi_{s,\varepsilon}^{(k)}C_{sj} + Q_k + \varepsilon L_j^{*}(t)L_j(t) = 0, \tag{8}$$

$$\Psi_{j,\varepsilon}^{(k)}(T) = Q_k^{(2)},\ k = \overline{1,N},\ j = \overline{1,q}\ ,\ \Phi(L) = \sum_{j=1}^{q} spL_j^{*}L_j\ .$$

Твердження 5. Для довільного $\varepsilon > 0$ та неперервних матричних функцій $L_j^{*}(t),\ \ j = \overline{1,q}$ має місце включення

$$G_2(\widehat{\lambda}_1) \subseteq \widehat{G}_2\ ,$$

де $\widehat{\lambda}_1^{-1} = \inf\limits_L \Im_{1\varepsilon}(L)$, $\Im_{1\varepsilon}(L) = \max\limits_{1\leq k\leq N} \sup\limits_{G_2(1)} sp\Psi_{k\varepsilon}D$, $\Psi_{k\varepsilon} = \sum\limits_{j=1}^{q} \Psi_{j,\varepsilon}^{(k)}(0)q_j$.

Доведення. Нехай $\Psi_{j,\varepsilon}^{(k)}$ — розв'язки системи рівнянь. Тоді

$$sp\Psi_{k\varepsilon}D = \int_0^T spQ_k D(t)dt + spQ_k^{(2)}D(T) + \varepsilon\sum_{j=1}^{q}\int_0^T spL_j^{*}(t)L_j(t)dt =$$

$$= \sum_{j=1}^{q}\int_0^T sp\left(Q_k + L_j^{*}(t)L_j(t)\right)D_j(t)dt + \sum_{j=1}^{q} spQ_k^{(2)}D_j(T) \geq$$

$$\geq \int_0^T spQ_k D(t)dt + spQ_k^{(2)} D(T) = sp\Psi_k D .$$

Звідки $L\sup_D \lambda_{\max} \geq \widehat{\lambda}_1$, а значить $G_2(\widehat{\lambda}_1) \subseteq \widehat{G}_2$, що і потрібно було показати.

Нехай далі $N = 1$. Тоді $\Im_{1\varepsilon}(L) = \sup_{G_2(1)} sp\Psi_{1\varepsilon} D$.

Твердження 6. Справедливою є рівність

$$\inf_L \sup_{G_2(1)} sp\Psi_{1\varepsilon} D = \sup_{G_2(1)} spP_\varepsilon D ,$$

де $P_\varepsilon = \sum_{j=1}^{q} P_{j,\varepsilon}(0) q_j$, а функції $P_{j,\varepsilon}(t)$ є розв'язками рівнянь Ріккаті

$$\frac{dP_{j,\varepsilon}}{dt} = A_j^* P_{j\varepsilon} A_j + \sum_{s=1}^{\infty} B_{sj}^* P_{j\varepsilon} B_{sj} + \sum_{s=1}^{q} \alpha_{sj} C_{sj}^* P_{s,\varepsilon} C_{sj} - \frac{1}{\varepsilon} P_{j\varepsilon} B_j B_j^* P_{j\varepsilon} + Q_1 = 0,$$

$$P_{j,\varepsilon}(T) = Q_1^{(2)} .$$

Доведення. Оскільки $\inf_L \sup_{G_2(1)} sp\Psi_{1\varepsilon} D \geq \sup_{G_2(1)} \inf_L sp\Psi_{1\varepsilon} D$, то застосовуючи принцип максимуму Понтрягіна знайдемо $\inf_L sp\Psi_{1\varepsilon} D$.

Введемо функцію Понтрягіна

$$\Pi(\Psi, \varphi, L, t) = \sum_{j=1}^{q} sp\left(A_{1j}^* \Psi_{j\varepsilon} + \Psi_{j,\varepsilon} A_{1j} + \sum_{s=1}^{\infty} B_{sj}^* \Psi_{j\varepsilon} B_{sj} + \right.$$

$$\left. + \sum_{s=1}^{q} \alpha_{sj} C_{sj}^* \Psi_{s,\varepsilon} C_{sj} + Q_k + \varepsilon L_j^* L_j \right) \varphi_j^* =$$

$$= \sum_{j=1}^{q} spL_j^* B_j^* \Psi_{j\varepsilon} \varphi_j^* + \sum_{j=1}^{q} sp\Psi_{j,\varepsilon} B_j L_j \varphi_j^* + \sum_{j=1}^{q} \varepsilon spL_j^* L_j \varphi_j^* =$$

$$= \sum_{j=1}^{q} sp\left[L_j^* B_j^* \Psi_{j\varepsilon} + \Psi_{j\varepsilon} B_j L_j + \varepsilon L_j^* L_j \right] \varphi_j^* + d .$$

Оскільки d не залежить від L_j, $j = \overline{1,q}$, то

$$\max_L \Pi(\Psi, \varphi, L, t) = \sum_{j=1}^{q} \max_{L_j} sp = \sum_{j=1}^{q} sp\left[L_j^* B_j \Psi_{j\varepsilon} + \Psi_{j\varepsilon} B_j L_j + \varepsilon L_j^* L_j \right] \varphi_j^* + d =$$

$$= \sum_{j=1}^{q} sp\left[\widehat{L}_j^* B_j \Psi_{j\varepsilon} + \Psi_{j\varepsilon} B_j \widehat{L}_j + \varepsilon \widehat{L}_j^* L_j \right] \varphi_j^* + d ,$$

де φ_j — матричні функції, що є розв'язками спряжених рівнянь до рівнянь для функції $\Psi_{j\varepsilon}(t)$, а $\widehat{L}_j = -\frac{1}{\varepsilon} B_j^* P_{j,\varepsilon}(t)$ і матричні функції $P_{j,\varepsilon}(t)$ є розв'язками рівняння Ріккаті

$$-\frac{dP_{j,\varepsilon}}{dt} = A_j^* P_{j\varepsilon} + P_{j,\varepsilon} A_j + \sum_{s=1}^{\infty} B_{sj}^* P_{j\varepsilon} B_{sj} +$$

$$+\sum_{s=1}^{q} \alpha_{sj} C_{sj}^* P_{s,\varepsilon} C_{sj} - \frac{1}{\varepsilon} P_{j\varepsilon} B_j B_j^* P_{j\varepsilon} + Q_1 = 0,$$

$$P_{j,\varepsilon}(T) = Q_{01},$$

причому

$$P_{1,\varepsilon} = \Psi_{j,\varepsilon}\Big|_{L=\widehat{L}}.$$

Оскільки $\widehat{L}_j$ — не залежні від матриці D, то

$$\inf_{L} \sup_{G_2(1)} sp\Psi_{1,\varepsilon} D = \sup_{G_2(1)} \inf_{L} sp\Psi_{1,\varepsilon} D = \sup_{G_2(1)} \sum_{j=1}^{q} P_{j\varepsilon}(0) q_j D,$$

що і потрібно було довести.

Висновки. Знайдено оптимальні множини початкових значень, при яких моменти розв'язків стохастичних диференціальних рівнянь є інтегрально стійкими.

Список використаних джерел:

1. Валеев К. Г. Оптимизация линейных систем со случайными коэффициентами / К. Г. Валеев, О. Л. Карелова В. И. Горелов. — М. : Изд-во Рос. ун-та дружбы народов, 1996. — 258 с.
2. Гихман И. И. Стохастические дифференциальные уравнения и их применение / И. И. Гихман, А. В. Скороход. — К. : Наук. думка, 1982. — 612 с.
3. Скороход А. В. Асимптотические методы теории стохастических дифференциальных уравнений / А. В. Скороход. — К. : Наук. думка, 1987. — 328 с.
4. Korolyuk V. S. Stochastic Models of Systems / V. S. Korolyuk, V. V. Korolyuk // Kluwer. — Dordrecht. — 1999. — 185 p.
5. Koroliuk V. Stochastic Systems in Merging Phase Space / V. Koroliuk, N. Limnios // World Scientific Publishing. — 2005. — 330 p.

We construct an optimal set of initial values of stochastic differential equations with jumps of random linear solutions in Hilbert spaces.

Key words: *Hilbert space, the optimal set of initial values, Markov process.*

Отримано: 16.04.2014