

УДК 519.6

Д. О. Топчий, здобувач

Чорноморський державний університет
імені Петра Могили, м. Миколаїв**THE THEORY OF PLAFALES: НОВИЙ
ПІДХІД ДО КОНСТРУЮВАННЯ БАЗИСНИХ ФУНКЦІЙ
НА ТРИКУТНИКУ ПЕРШОГО ПОРЯДКУ**

У статті, на основі the theory of plafales, показані основні кроки алгоритму конструювання базисних функцій в МСЕ на основі двовимірний симплексу — трикутника першого порядку.

Ключові слова: *двовимірний симплекс, базисні функції, plafal (-es).*

1. Постановка проблеми. Трикутники — це перші скінченні елементи. Нагадаємо, що Курант (1943) [1–4] запропонував поділити квадратну комірку МСР на два трикутники, маючи на увазі успішну реалізацію ідеї лінійної інтерполяції на кожному із них. Ідея триангуляції дуже швидко стала звичною. Перші змістовні результати з'явилися після появи ЕОМ. Спочатку застосовували трикутники першого порядку [5]: Тернер, Клаф, Мартін, Топп, Сінг, Галлагер, Педлог, Бейлард. Потім з'явилися трикутники вищих порядків (комплексні моделі): Вебеке, Аргіріс, Феліппа, Зенкевич, Чанг.

Основна мета — на основі the theory of plafales [6–8] показати основні кроки алгоритму конструювання базисних функцій в МСЕ на основі двовимірний симплексу — трикутника першого порядку: дослідити функцію $L_i(x, y, t)$. На нашу думку, роль базисних функцій — четверна. ІТ платформи в МСЕ, які можуть бути створеними на основі алгоритмів the theory of plafales [9], містять у собі поняття алгоритмічної складності: задання (введення) в програмний комплекс базисних (і глобальних базисних) функцій і пошук розв'язання проблеми програмно-апаратним комплексом є функціями часу. Отже, базисні функції — функції часу. Безумовно, невід'ємною складовою частиною вищесказаної ІТ платформи є процес її функціональної візуалізації [10].

2. Витоки досліджень. Ця стаття ґрунтується на роботах [6–8], а також на матеріалах 42-ої конференції з прикладної математики (Польська Академія Наук) [9; 11].

3. Ціль роботи. Основна ціль роботи — показати алгоритм формування поверхні (на основі трикутника першого порядку) базисної функції від часу.

4. Актуальність роботи. ІТ платформи в МСЕ (на базі алгоритмів the theory of plafales) можуть включати в себе компонент штучного інтелекту — конструювання базисних функцій в автоматичному режимі.

5. Опис алгоритму. Будемо розглядати трикутник першого порядку — двовимірний симплекс з трьома вузлами у вершинах (рис. 1). Як відомо, базис $L_i(x, y)$ має вигляд:

$$L_1(x, y) = \frac{1}{2S} \begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}, \quad L_2(x, y) = \frac{1}{2S} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x & y \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}, \quad (1)$$

$$L_3(x, y) = \frac{1}{2S} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x & y \end{vmatrix},$$

де S — площа трикутника.

Базис (1) задовольняє інтерполяційній гіпотезі:

$$L_i(x_k, y_k) = \delta_{ik}, \quad \sum_{i=1}^3 L_i(x, y) = 1, \quad (2)$$

де $L_i(x, y)$ — барицентричні координати симплекса; δ_{ik} — символ Кронекера, i — номер функції, k — номер вузла.

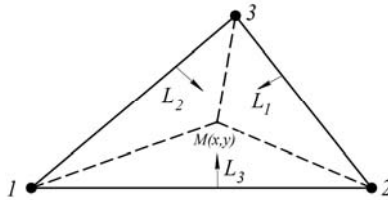


Рис. 1. Двовимірний симплекс

Розглянемо властивості функції $L_i(x, y, t)$:

$$L_i(x, y, t) = L_i(x, y) \circ G(t) = \begin{cases} L_i(x, y), & t \equiv T, i = \overline{1;3}, \\ N_i(x, y), & t \in (\gamma; T]; \gamma \geq 0; i = \overline{1;3}, \end{cases} \quad (3)$$

$$z_{x,y} = G(t),$$

параметр t — час; T — момент часу, при якому утворюється поверхня (1); відповідно $N_i(x, y)$ — поверхні, які утворюються в моменти часу $t \in (\gamma; T]$; $G(t)$ — глобальна функція часу змін аплікат поверхонь $L_i(x, y, t)$. В подальшому (у неявному вигляді), $G(t)$ виступатиме композицією об'єктів the theory of plafales.

Інтерполяційну гіпотезу для функцій $N_i(x_k, y_k)$ ($i = \overline{1;3}$) покладемо наступним чином:

$$N_i(x_k, y_k) = \delta_{ik} \circ G(t). \quad (4)$$

Безумовно, для функцій $N_i(x, y)$ справджується наступна оцінка:

$$0 \leq N_i(x, y) \leq 1. \quad (5)$$

5.1. Введення систем і підготовка обчислювального шаблону.

Введемо наступні системи the theory of palafales: the static canvas of palafal (статичний килим) $PF_k^{U^{SP}}$ [8, с. 16], the «ensemble» of the points (ансамбль точок) $PF_r^{ens(i,e)}$ [8, с. 569–575], the imaginary point of palafal (уявна точка) $PF^{(i,e)pi}$ [8, с. 29–86], the degenerate isolated point of palafal (вироджена ізольована точка) $PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}}$ [8, с. 23–25], the flickering point of palafal (мерехтлива точка) $PF^{(i,e)pid}$ [8, с. 87–152].

На статичному килимі $PF_k^{U^{SP}}$ ансамбль точок $PF_r^{ens(i,e)}$ [8, с. 569] створює трикутник першого порядку: $PF_r^{ens(i,e)}$ (рис. 2):

$$PF_k^{U^{SP}} : PF_r^{ens(i,e)} \rightarrow PF_r^{ens(i,e)} \quad (6)$$

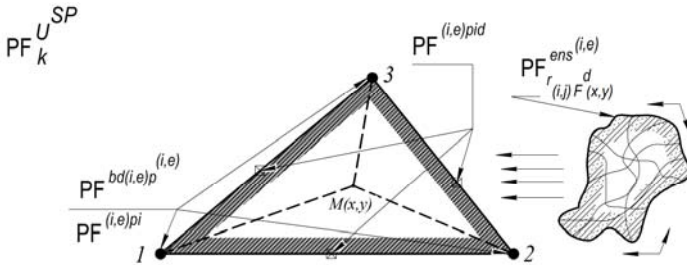


Рис. 2. Створення трикутника першого порядку

У якості обчислювального шаблону, у загальному вигляді, будемо розглядати (рис. 3). Вузли 1, 2, 3 — уявні $PF^{(i,e)pi}$ або вироджені ізольовані точки $PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}}$ (для кожної з трьох базисних функцій свій власний випадок розташування) між якими здійснюється перехід за часом [8, с. 31, с. 41]. Вздовж сторін 1 — 2, 2 — 3, 3 — 1 (відповідно по контуру) і усередині трикутника першого порядку (область D) розташовані мерехтливі точки $PF^{(i,e)pid}$.

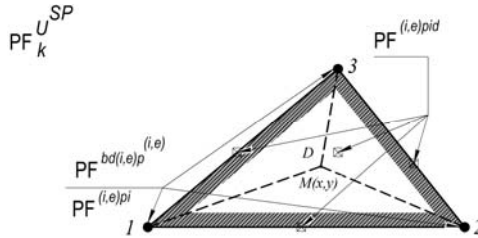


Рис. 3. Обчислювальний шаблон

5.2. Конфігурації обчислювального шаблону. Використовуючи інтерполяційну гіпотезу (2), покладемо [8, с. 30]:

$$N_i(x_i, y_i) = PF^{(i,e)pi} = a(m(t)) \pm 1 = 1, \quad (7)$$

де $a(m(t)) \pm 1$ — характеристична функція уявної точки; $m(t)$ — функція часу характеристичної функції. Використовуючи інтерполяційну гіпотезу (2), покладемо [8, с. 30]:

$$N_i(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = a(n(t)) \pm 1 = 0, \quad (8)$$

де $a(n(t)) \pm 1$ — характеристична функція виродженої ізольованої точки; $n(t)$ — функція часу характеристичної функції. Використовуючи властивість $0 \leq N_i(x, y) \leq 1$, покладемо значення вздовж сторін 1 — 2, 2 — 3, 3 — 1 і в області D [8, с. 88]:

$$N_i(x, y) = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1; \quad 0 \leq a(h(t)) \pm 1 < 1, \quad (9)$$

де $a(h(t)) \pm 1$ — характеристична функція мерехтливої точки; $h(t)$ — функція часу характеристичної функції.

Відповідно, для характеристичних функцій $a(m(t)) \pm 1$, $a(n(t)) \pm 1$, $a(h(t)) \pm 1$ виникають наступні можливості:

1. Для (7), (8), (9) існує спільне значення часу $t = T$ при якому вони мають місце, а отже $m(t)$, $n(t)$ і $h(t)$ є взаємопов'язаними між собою наступним чином:

$$\begin{cases} a(m(t)) = 0, \\ a(n(t)) = 1. \end{cases} \Rightarrow n(t) = f(m(t)); \quad (10)$$

$$h(t) = h_1(t) \circ h_2(t) = m(t, \alpha) \circ n(t, \alpha); \quad 0 < \alpha < 1 \quad (11)$$

дана конструкція — «м'яке» моделювання [12] конфігурації обчислювального шаблону.

2. $m(t)$ і $n(t)$ є довільними функціями, а отже для кожної із них можуть існувати власні моменти часу, при яких справджуються рівності (7), (8), (9).

Послідовність побудови (переходу за часом) базисних функцій складається з наступного ланцюгу: $L_1(x, y) \rightarrow L_2(x, y) \rightarrow L_3(x, y)$. Між базисними функціями здійснюються плавні переходи за часом. В наступному, побудову ланцюгів базисних функцій будемо проводити відповідно у двох вищезазначених можливостях. Відлік часу розпочнемо з $t = 0$.

5.3. Побудова базисної функції у 1-ому вузлі. Згідно з (4), (7), (8), (9) отримуємо конфігурацію базисної функції у 1-ому вузлі:

$$\begin{cases} N_1(x_1, y_1) = PF^{(i,e)pi} = a(m(t)) \pm 1 = 1, \\ N_1(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = a(n(t)) \pm 1 = 0; \quad k = 2, 3 \\ N_1(x, y)_{1-2,1-3,D} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1 = \alpha; \quad 0 < \alpha < 1, \\ N_1(x, y)_{2-3} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1 = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} \equiv 0. \end{cases} \quad (12)$$

У відповідності двох випадків 5.2 (конфігурації обчислювально-го шаблону), отримуємо:

1. Згідно (10):

$$\exists a = \ln: \begin{cases} \ln(m(t)) = 0, \\ \ln(n(t)) = 1. \end{cases} \Rightarrow n(t) = e \times m(t); \quad (13)$$

Покладемо $A: m(t) = t \Rightarrow n(t) = e \times t$. Тоді (11) набирає вигляду:

$$h(t) = t^{-|\alpha \mp 1|} \times (e \times t)^{|\alpha \mp 1|}; \quad 0 < \alpha < 1. \quad (14)$$

З (13) і A встановлюємо, що система (12) набирає чинності при $t = T = 1$:

$$\begin{cases} N_1(x_1, y_1) = PF^{(i,e)pi} = \ln(1) + 1 = 1, \\ N_1(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = \ln(e) - 1 = 0; \quad k = 2, 3, \\ N_1(x, y)_{1-2,1-3,D} = PF^{(i,e)pid} = \ln\left(1^{-|\alpha \mp 1|} \times (e \times 1)^{|\alpha \mp 1|}\right) = |\alpha \mp 1|; \\ 0 < \alpha < 1, \\ N_1(x, y)_{2-3} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1 = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = \ln(e) - 1 \equiv 0. \end{cases} \quad (15)$$

При $0 < t < 1$ система (12) модифікується у наступний вигляд (умови існування поверхонь (3)):

$$\left\{ \begin{array}{l} N_1(x_1, y_1) = PF^{(i,e)pi} = \ln(t) \pm 1, \\ N_1(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = \ln(e \times t) \pm 1; \quad k = 2, 3 \\ N_1(x, y)_{1-2,1-3,D} = PF^{(i,e)pid} = \ln(t^{-|\alpha \mp 1|} \times (e \times t)^{|\alpha \mp 1|}) \pm 1 = \alpha; \\ 0 < \alpha < 1, \\ N_1(x, y)_{2-3} = PF^{(i,e)pid} = \ln(h(t)) \pm 1 = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} \equiv \\ \equiv \ln(e \times t) \pm 1. \end{array} \right. \quad (16)$$

Функція $N_1(x, y)$ має вигляд:

$$N_1(x, y) = (\ln(t) \pm 1)^\circ (\ln(e \times t) \pm 1)^\circ (\ln(t^{-|\alpha \mp 1|} \times (e \times t)^{|\alpha \mp 1|}) \pm 1); \quad (17)$$

$$0 < t \leq 1; \quad 0 < \alpha < 1,$$

де композиції функцій в (17) рівносильні (15) і (16).

Плавний перехід від $L_1(x, y) \rightarrow N_2(x, y)$ здійснюється за правилами «absolute transition» (абсолютного переходу) і «absolute rever- sionary returning back transition after a certain time» (абсолютний реверсивний перехід через певний час) [8, с. 31; 8, с. 41]:

$$\left\{ \begin{array}{l} PF^{(i,e)pi} \rightarrow^{\Omega(g(t))} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}}, \\ g(t) = \left(\ln(m(1+c))^\circ \ln(n(1+c; \infty)) + (-1)^{[m(1+c)^\circ n(1+c; \infty)]} \right). \end{array} \right. \quad (18)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} \rightarrow^{\Omega(g^r(t))} PF^{(i,e)pi}, \quad (k = 2) \\ g_1(t) = \left(\ln(m(1+c))^\circ \ln(n(T_2)) + (-1)^{[m(1+c)^\circ n(T_2)]} \right); \quad t \in [1+c; T_2], \\ g_2(t) = \left(\ln(m(T_2+d))^\circ \ln(n(T_2+d; \infty)) + (-1)^{[m(T_2+d)^\circ n(T_2+d; \infty)]} \right), \\ g^r(t) = g_1(t) \cup g_2(t). \end{array} \right. \quad (19)$$

$(1+c)$ — момент часу плавного переходу $L_1(x, y) \rightarrow N_2(x, y)$;
 $(T_2 + d)$ — момент часу плавного переходу $L_2(x, y) \rightarrow N_3(x, y)$;
 T_2 — момент часу, при якому, для функції $N_2(x, y)$ набирає чин- ність система (27).

2. Нехай $\forall m(t) : \exists t = T_1$ так що виконується (7):

$$N_1(x_1, y_1) = PF^{(i,e)pi} = a(m(T_1)) \pm 1 = 1. \quad (20)$$

Нехай $\forall n(t) : \exists t = T_2 \neq T_1$ так що виконується (8):

$$N_1(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = a(n(T_2)) \pm 1 = 0. \quad (21)$$

Зведемо (20) і (21) до єдиних умов (22), (23):

$$\left\{ \begin{array}{l} T_2 > T_1 : \\ N_1(x_1, y_1) = PF^{(i,e)pi} = a(m(t)) \pm 1; \sup_t (a(m(t)) \pm 1) = 1; \quad t \in (0; T_2], \\ N_1(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = a(n(t)) \pm 1; \inf_t (a(n(t)) \pm 1) = 0; \\ t \in (0; T_2]; k = 2, 3, \\ N_1(x, y)_{1-2,1-3,D} = PF^{(i,e)pid} = \\ = a\left(\frac{1}{2} \times (1 - \beta) \times m(t) + \left(1 - \frac{1}{2} \times (1 - \beta)\right) \times n(t)\right) \pm 1 = \alpha; \\ 0 < \alpha < 1; \quad |\beta| < 1; \quad T_1 < t < T_2, \\ N_1(x, y)_{2-3} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1 = \inf_t (a(n(t)) \pm 1) = 0; \quad t \in (0; T_2]. \end{array} \right. \quad (22)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_2 < T_1 : \\ N_1(x_1, y_1) = PF^{(i,e)pi} = a(m(t)) \pm 1; \quad \sup_t (a(m(t)) \pm 1) = 1; \quad t \in (0; T_1], \\ N_1(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = a(n(t)) \pm 1; \inf_t (a(n(t)) \pm 1) = 1; \\ t \in (0; T_1]; k = 2, 3, \\ N_1(x, y)_{1-2,1-3,D} = PF^{(i,e)pid} = \\ = a\left(\frac{1}{2} \times (1 - \beta) \times m(t) + \left(1 - \frac{1}{2} \times (1 - \beta)\right) \times n(t)\right) \pm 1 = \alpha; \\ 0 < \alpha < 1; \quad |\beta| < 1; \quad T_2 < t < T_1, \\ N_1(x, y)_{2-3} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1 = \inf_t (a(n(t)) \pm 1) = 1; \quad t \in (0; T_1]. \end{array} \right. \quad (23)$$

Умови (22) і (23) є модифікованими до конфігурації (12): умовами існування поверхонь (3). Функція $N_1(x, y)$ має вигляд:

$$\begin{aligned} N_1(x, y) &= \left(a(m(t)) \pm 1 \right)^\circ \left(a(n(t)) \pm 1 \right) \times \\ &\times \left(a\left(\frac{1}{2} \times (1 - \beta) \times m(t) + \left(1 - \frac{1}{2} \times (1 - \beta) \right) \times n(t) \right) \pm 1 \right); \end{aligned} \quad (24)$$

$$|\beta| < 1; \quad t \in (0; T_1] \quad \text{або} \quad t \in (0; T_2],$$

де композиції функцій в (24) рівносильні (22) і (23).

Плавний перехід від $L_1(x, y) \rightarrow N_2(x, y)$ здійснюється за правилами «absolute transition» (абсолютного переходу) і «absolute rever-sionary returning back transition after a certain time» (абсолютний реверсивний перехід через певний час) [8, с. 31; 8, с. 41]:

$$\left\{ \begin{array}{l} PF^{(i,e)pi} \xrightarrow{\Omega(g(t))} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}}, \\ g(t) = \left(a(m(T_{1,2} + c))^\circ a(n(T_{1,2} + c; \infty)) + (-1)^{[m(T_{1,2} + c)^\circ n(T_{1,2} + c; \infty)]} \right). \end{array} \right. \quad (25)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} \xrightarrow{\Omega(g^r(t))} PF^{(i,e)pi}, \quad (k = 2) \\ g_1(t) = \left(a(m(T_{1,2} + c))^\circ a(n(T_3)) + (-1)^{[m(T_{1,2} + c)^\circ n(T_3)]} \right); \\ t \in [T_{1,2} + c; T_3], \\ g_2(t) = \left(a(m(T_3 + d))^\circ a(n(T_3 + d; \infty)) + (-1)^{[m(T_3 + d)^\circ n(T_3 + d; \infty)]} \right), \\ g^r(t) = g_1(t) \cup g_2(t). \end{array} \right. \quad (26)$$

$(T_{1,2} + c)$ — момент часу плавного переходу $L_1(x, y) \rightarrow N_2(x, y)$;
 $(T_3 + d)$ — момент часу плавного переходу $L_2(x, y) \rightarrow N_3(x, y)$;
 T_3 — момент часу, при якому, для функції $N_2(x, y)$ набирає чинність система (27).

5.4. Побудова базисної функції у 2-ому вузлі. Згідно з (4), (7), (8), (9) отримуємо конфігурацію базисної функції у 2-ому вузлі:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_2(x_2, y_2) = PF^{(i,e)pi} = a(m(t)) \pm 1 = 1, \\ N_2(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = a(n(t)) \pm 1 = 0; \quad k = 1, 3, \\ N_2(x, y)_{1-2, 2-3, D} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1 = \alpha; \quad 0 < \alpha < 1, \\ N_2(x, y)_{1-3} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1 = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} \equiv 0. \end{array} \right. \quad (27)$$

У відповідності двох випадків 5.2 (конфігурації обчислювально-го шаблону), отримуємо:

1. З урахуванням (10), (13), (17), (18), (19):

$$\text{Покладемо } A: m(t) = \left(t - \frac{1}{2}\right) \Rightarrow n(t) = e \times \left(t - \frac{1}{2}\right). \text{ Тоді (11) на-}$$

бирає вигляду:

$$h(t) = \left(t - \frac{1}{2}\right)^{-|\alpha \mp 1|} \times \left(e \times \left(t - \frac{1}{2}\right)\right)^{|\alpha \mp 1|}; \quad 0 < \alpha < 1. \quad (28)$$

З (13) і A встановлюємо, що система (27) набирає чинності при $t = T_2 = \frac{3}{2} > (1 + c) = (1 + 0, 1) = 1, 1$:

$$\left\{ \begin{aligned} N_2(x_2, y_2) &= PF^{(i,e)pi} = \ln\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right) + 1 = 1, \\ N_2(x_k, y_k) &= PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = \ln\left(e \times \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right)\right) - 1 = 0; \quad k = 1, 3, \\ N_2(x, y)_{1-2,2-3,D} &= PF^{(i,e)pid} = \ln\left(\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right)^{-|\alpha \mp 1|} \times \left(e \times \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right)\right)^{|\alpha \mp 1|}\right) = \\ &= |\alpha \mp 1|; \quad 0 < \alpha < 1, \\ N_2(x, y)_{1-3} &= PF^{(i,e)pid} = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = \ln\left(e \times \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right)\right) - 1 \equiv 0. \end{aligned} \right. \quad (29)$$

При $1,1 < t < \frac{3}{2}$ система (27) модифікується у наступний вигляд (умови існування поверхонь (3)):

$$\left\{ \begin{aligned} N_2(x_2, y_2) &= PF^{(i,e)pi} = \ln\left(t - \frac{1}{2}\right) \pm 1, \\ N_2(x_k, y_k) &= PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = \ln\left(e \times \left(t - \frac{1}{2}\right)\right) \pm 1; \quad k = 1, 3, \\ N_2(x, y)_{1-2,2-3,D} &= PF^{(i,e)pid} = \ln\left(\left(t - \frac{1}{2}\right)^{-|\alpha \mp 1|} \times \left(e \times \left(t - \frac{1}{2}\right)\right)^{|\alpha \mp 1|}\right) \pm 1 = \\ &= \alpha; \quad 0 < \alpha < 1, \\ N_2(x, y)_{1-3} &= PF^{(i,e)pid} = \ln(h(t)) \pm 1 = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} \equiv \\ &\equiv \ln\left(e \times \left(t - \frac{1}{2}\right)\right) \pm 1. \end{aligned} \right. \quad (30)$$

Функція $N_2(x, y)$ має вигляд:

$$\begin{aligned} N_2(x, y) &= \left(\ln\left(t - \frac{1}{2}\right) \pm 1\right)^\circ \left(\ln\left(e \times \left(t - \frac{1}{2}\right)\right) \pm 1\right)^\circ \left(\ln\left(\left(t - \frac{1}{2}\right)^{-|\alpha \mp 1|} \times \right.\right. \\ &\quad \left.\left. \times \left(e \times \left(t - \frac{1}{2}\right)\right)^{|\alpha \mp 1|}\right) \pm 1\right); \quad 1,1 < t \leq \frac{3}{2}; \quad 0 < \alpha < 1, \end{aligned} \quad (31)$$

де композиції функцій в (31) рівносильні (29) і (30).

Плавний перехід від $L_2(x, y) \rightarrow N_3(x, y)$ здійснюється за правилами [8, с. 31; 8, с. 41]:

$$\left\{ \begin{array}{l} PF^{(i,e)pi} \xrightarrow{\Omega(g(t))} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}}, \\ g(t) = \left(\ln \left(m \left(\frac{3}{2} + d \right) \right) \right)^\circ \ln \left(n \left(\frac{3}{2} + d; \infty \right) \right) + (-1)^{\lfloor m(\frac{3}{2}+d)^\circ n(\frac{3}{2}+d; \infty) \rfloor} \end{array} \right. \quad (32)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} \xrightarrow{\Omega(g^r(t))} PF^{(i,e)pi}, \quad (k=3) \\ g_1(t) = \left(\ln \left(m \left(\frac{3}{2} + d \right) \right) \right)^\circ \ln (n(T_3)) + (-1)^{\lfloor m(\frac{3}{2}+d)^\circ n(T_3) \rfloor}; \\ t \in \left[\frac{3}{2} + d; T_3 \right], \\ g_2(t) = \left(\ln (m(T_3 + q)) \right)^\circ \ln (n(T_3 + q; \infty)) + (-1)^{\lfloor m(T_3+q)^\circ n(T_3+q; \infty) \rfloor}, \\ g^r(t) = g_1(t) \cup g_2(t). \end{array} \right. \quad (33)$$

$\left(\frac{3}{2} + d \right)$ — момент часу плавного переходу $L_2(x, y) \rightarrow N_3(x, y)$;

T_3 — момент часу, при якому, для функції $N_3(x, y)$ набирає чинність система (39).

2. Побудова $N_2(x, y)$ зводиться до умов (34) і (35), які аналогічні за конструюванням до умов (22) і (23), з урахуванням (25) і (26).

$$\left\{ \begin{array}{l} T_2' = T_3 > T_1' > T_{1,2} + c : \\ N_2(x_2, y_2) = PF^{(i,e)pi} = a(m(t)) \pm 1; \quad \sup_t (a(m(t)) \pm 1) = 1; \\ t \in (T_{1,2} + c; T_3], \\ N_2(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = a(n(t)) \pm 1; \quad \inf_t (a(n(t)) \pm 1) = 0; \\ t \in (T_{1,2} + c; T_3]; \quad k = 1, 3, \\ N_2(x, y)_{1-2,2-3,D} = PF^{(i,e)pid} = \\ = a\left(\frac{1}{2} \times (1 - \beta) \times m(t) + \left(1 - \frac{1}{2} \times (1 - \beta)\right) \times n(t)\right) \pm 1 = \alpha; \\ 0 < \alpha < 1; \quad |\beta| < 1; \quad T_1' < t < T_2', \\ N_2(x, y)_{1-3} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1 = \inf_t (a(n(t)) \pm 1) = 0; \\ t \in (T_{1,2} + c; T_3]. \end{array} \right. \quad (34)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
 T_{1,2} + c < T_2' < T_1' = T_3 : \\
 N_2(x_2, y_2) = PF^{(i,e)pi} = a(m(t)) \pm 1; \quad \sup_t (a(m(t)) \pm 1) = 1; \\
 t \in (T_{1,2} + c; T_3], \\
 N_2(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = a(n(t)) \pm 1; \quad \inf_t (a(n(t)) \pm 1) = 0; \\
 t \in (T_{1,2} + c; T_3]; \quad k = 1, 3, \\
 N_2(x, y)_{1-2,2-3,D} = PF^{(i,e)pid} = \\
 = a\left(\frac{1}{2} \times (1 - \beta) \times m(t) + \left(1 - \frac{1}{2} \times (1 - \beta)\right) \times n(t)\right) \pm 1 = \alpha; \\
 0 < \alpha < 1; \quad |\beta| < 1; \quad T_2' < t < T_1', \\
 N_2(x, y)_{1-3} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1 = \inf_t (a(n(t)) \pm 1) = 0; \\
 t \in (T_{1,2} + c; T_3].
 \end{array} \right. \quad (35)$$

Умови (34) і (35) є модифікованими до конфігурації (27): умовами існування поверхонь (3). Функція $N_2(x, y)$ має вигляд:

$$\begin{aligned}
 N_2(x, y) &= \left(a(m(t)) \pm 1 \right)^\circ \left(a(n(t)) \pm 1 \right) \times \\
 &\times \left(a\left(\frac{1}{2} \times (1 - \beta) \times m(t) + \left(1 - \frac{1}{2} \times (1 - \beta) \right) \times n(t) \right) \pm 1 \right); \quad (36) \\
 &|\beta| < 1; \quad t \in (T_{1,2} + c; T_3],
 \end{aligned}$$

де композиції функцій в (36) рівносильні (34) і (35).

Плавний перехід від $L_2(x, y) \rightarrow N_3(x, y)$ здійснюється за правилами [8, с. 31; 8, с. 41]:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 PF^{(i,e)pi} \rightarrow^{\Omega(g(t))} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}}, \\
 \left(g(t) = \left(a(m(T_3 + d)) \right)^\circ a(n(T_3 + d; \infty)) + (-1)^{[m(T_3 + d) \cdot n(T_3 + d; \infty)]} \right).
 \end{array} \right. \quad (37)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
 PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} \rightarrow^{\Omega(g'(t))} PF^{(i,e)pi}, \quad (k = 3) \\
 g_1(t) = \left(a(m(T_3 + d)) \right)^\circ a(n(T_4)) + (-1)^{[m(T_3 + d) \cdot n(T_4)]}; \quad t \in [T_3 + d; T_4], \\
 g_2(t) = \left(a(m(T_4 + q)) \right)^\circ a(n(T_4 + q; \infty)) + (-1)^{[m(T_4 + q) \cdot n(T_4 + q; \infty)]}, \\
 g^r(t) = g_1(t) \cup g_2(t).
 \end{array} \right. \quad (38)$$

$(T_3 + d)$ — момент часу плавного переходу $L_2(x, y) \rightarrow N_3(x, y)$;

$(T_4 + q)$ — момент часу плавного переходу $L_3(x, y) \rightarrow N_1(x, y)$;

T_4 — момент часу, при якому, для функції $N_3(x, y)$ набирає чинність система (39).

5.5. Побудова базисної функцій у 3-ому вузлі. Побудова функції $N_3(x, y)$ відбувається аналогічно функції $N_2(x, y)$ з урахуванням конфігурації базисної функції (39):

$$\begin{cases} N_3(x_3, y_3) = PF^{(i,e)pi} = a(m(t)) \pm 1 = 1, \\ N_3(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = a(n(t)) \pm 1 = 0; \quad k = 1, 2, \\ N_3(x, y)_{3-1,3-2,D} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1 = \alpha; \quad 0 < \alpha < 1, \\ N_3(x, y)_{1-3} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1 = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} \equiv 0. \end{cases} \quad (39)$$

5.6. Ансамблювання поверхонь. Виходячи із всього вищезначеного, отримуємо для (3), що $G(t)$ — глобальна функція часу змін аплікату поверхонь $L_i(x, y, t)$:

$$G(t) = N_1(x, y) \circ N_2(x, y) \circ N_3(x, y) \circ g(t) \circ g^r(t). \quad (40)$$

6. Висновки і перспективи досліджень. Існують можливості використання алгоритма конструювання поверхонь $L_i(x, y, t)$ для трикутників вищих порядків. Усі відомі інформаційні платформи в МСЕ, які використовуються в інженерних розрахунках, містять у собі відомий набір стандартних (О. Зенкевича) базисних функцій. Запропонований алгоритм не порушує монументальність поверхонь стандартних (О. Зенкевича) або альтернативних (А. Н. Хомченка) базисних функцій. ІТ платформа в МСЕ (на базі алгоритмів the theory of plafales) буде виконувати наступні функції: 1. В автоматичному режимі конструювати поверхню базисної функції на обчислювальному шаблоні, на якому людина ще не знайшла базис. Для того щоб платформа, у кінцевому вигляді, побудувала монументальну поверхню базисної функції їй потрібно «проаналізувати» проміжні поверхні, які утворюються до фінальної — монолітної (базисної) поверхні. Для реалізації цього вводиться ключовий параметр — час. 2. Відобразити формоутворення (рельєф) нестационарного температурного поля з динамічними термоелементами. 3. Функціонувати інтегрованим програмним комплексом, який буде знаходити фізично адекватні альтернативні моделі на складних обчислювальних шаблонах і виконувати свою роль в інженерних застосуваннях.

Список використаних джерел:

1. Courant R. Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations / R. Courant // Bull. Amer. Math. Soc. — 1943. — Vol. 49. — P. 1–23.

2. Сильвестер П. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков / П. Сильвестер, Р. Феррари. — М. : Мир, 1986. — 229 с.
3. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд. — М. : Мир, 1979. — 392 с.
4. Марчук Г. И. Введение в проекционно-сеточные методы / Г. И. Марчук, В. И. Агошков. — М. : Мир, 1981. — 416 с.
5. Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред / Дж. Оден. — М. : Мир, 1976. — 464 с.
6. Topchy D. The theory of plafales: the proof of P versus NP problem / D. Topchy // Best Global Publishing. — 2011. — 634 p.
7. Topchy D. The theory of plafales: the proof algorithms for millennium problems / D. Topchy // Best Global Publishing, 2013. — 695 p.
8. Topchy D. The theory of plafales: the proof algorithms for millennium problems / D. Topchy // Best Global Publishing, 2013. — 695 p. — Режим доступа: <http://eleanor-cms.ru/uploads/book.pdf>
9. Topchy D. The theory of plafales: Applications of new cryptographic algorithms and platforms in Military complex, IT, Banking system, Financial market / D. Topchy // XLII KONFERENCJA ZASTOSOWAC MATEMATYKI, 2013. — Режим доступа: <http://www.impan.pl/~zakopane/42/Topchy.pdf>
10. Зенкин А. А. Когнитивная компьютерная графика / А. А. Зенкин. — М. : Наука, 1991. — 192 с.
11. XLII KONFERENCJA ZASTOSOWAC MATEMATYKI, 2013. — Режим доступа к ресурсу: <http://www.impan.pl/KZM/42/>
12. Арнольд В. И. Жесткие и мягкие математические модели / В. И. Арнольд. — М. : МЦНМО, 2008. — 32 с.

In the article based on the theory of plafales the key steps of the algorithm of constructing of the basis functions in finite element method (based on the 2-simplex) are shown.

Key words: *2-simplex, basis functions, plafal (-es).*

Отримано: 17.03.2014